



Διοίκηση Ολικής Ποιότητας

Δρ. Ευστάθιος Δημητριάδης

Ph.D in Business Statistics

M.Sc in Quality Assurance

BSc in Applied Mathematics

Διαγράμματα Ελέγχου Ποιότητας Quality Control Charts

Ένα δημοφιλές εργαλείο του *Στατιστικού Ελέγχου Διαδικασιών* είναι τα *διαγράμματα ελέγχου*, που αναπτύχθηκαν αρχικά από τον Walter Shewhart στις αρχές της δεκαετίας του 1920.

Κύριος σκοπός της χρήσης των διαγραμμάτων ελέγχου είναι η ανίχνευση τυχόν αλλαγών στη *μέση τιμή* και την *τυπική απόκλιση* μιας *διεργασίας*

Διάγραμμα Ελέγχου Control Chart

Χρησιμοποιούνται προκειμένου να:

1. Παρακολουθούμε διαχρονικά την μεταβλητότητα
2. Διαχωρίζουμε την μεταβλητότητα που οφείλεται σε κοινές και ειδικές αιτίες
3. Αξιολογούμε την σταθερότητα μιας διαδικασίας
4. Προσδιορίζουμε εάν απαιτείται ή όχι η παρέμβασή μας ώστε να ρυθμίσουμε τις παραμέτρους μιας διαδικασίας
5. Επιβεβαιώνουμε κάποια βελτίωση σε μια διαδικασία

Τα Διαγράμματα Ελέγχου βοηθούν:

- Στην ανεύρεση των αιτίων που αλλοιώνουν μια διεργασία (ειδικά αίτια)
- Στην ανάδραση για την εξάλειψη των αιτίων και
- Στην ανασκόπηση για την αναγκαιότητα της διεργασίας

Τα βήματα Δημιουργίας Διαγραμμάτων Ελέγχου

- ✓ Πάρτε δείγματα από τον πληθυσμό και υπολογίστε το κατάλληλο στατιστικό μέτρο.
- ✓ Χρησιμοποιήστε τα δείγματα για να υπολογίσετε τα όρια ελέγχου και να σχεδιάσετε το διάγραμμα ελέγχου.
- ✓ Καταγράψτε τα αποτελέσματα στο διάγραμμα ελέγχου και καθορίστε την κατάσταση της διαδικασίας (εντός ή εκτός ελέγχου).
- ✓ Διερευνήστε πιθανές αιτίες και κάντε τις ενδεδειγμένες ενέργειες.
- ✓ Συνεχίστε τη δειγματοληψία και επαναφέρετε τα όρια ελέγχου όταν είναι απαραίτητο.

Διεργασία εκτός στατιστικού ελέγχου

- Ένα τουλάχιστον σημείο βρίσκεται πάνω από το πάνω όριο ελέγχου ή κάτω από το κάτω όριο ελέγχου
- Επτά συνεχή σημεία εμφανίζουν ανοδική ή καθοδική τάση
- Υπάρχουν επαναλαμβανόμενες μορφές (περιοδικότητα)
- Επτά συνεχή σημεία βρίσκονται από την ίδια μεριά της κεντρικής γραμμής
- Δέκα από ένδεκα συνεχή σημεία βρίσκονται από την ίδια μεριά της κεντρικής γραμμής
- Δύο συνεχή σημεία βρίσκονται πολύ κοντά στο άνω ή στο κάτω όριο ελέγχου

Είδη Διαγραμμάτων Ελέγχου

➤ Διαγράμματα Ελέγχου Μεταβλητών

Control Charts for Variables

Χαρακτηριστικά συνεχή και μετρήσιμα (ποσοτικά)

(βάρος- θερμοκρασία- ταχύτητα-πίεση)

Διαγράμματα **Μέσου Όρου - \bar{X}** και **Εύρους - R**

Τα \bar{x} -charts ελέγχουν την κεντρική τάση της διαδικασίας

Τα R -charts ελέγχουν τη διασπορά της διαδικασίας

Αυτά τα δύο διαγράμματα πρέπει να χρησιμοποιούνται μαζί

➤ Διαγράμματα Ελέγχου Χαρακτηριστικών ή Ιδιοτήτων

Control Charts for Attributes

Δεδομένα μη αριθμητικά (ποιοτικά)

(αποδεκτό- απορριπτέο, αρ. Ελαττωμάτων- ελαττωματικών)

Διαγράμματα **p , np , c , u** .

1. Διαγράμματα Ελέγχου Μεταβλητών

Όρια Ελέγχου για \bar{x} -Charts όταν είναι γνωστή η σ

Upper control limit : $U.C.L_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + Z \cdot \sigma_{\bar{x}}$

Lower control limit: $L.C.L_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - Z \cdot \sigma_{\bar{x}}$

Όπου: $\bar{\bar{x}}$ = ο μέσος των αριθμητικών μέσων των δειγμάτων

$\sigma_{\bar{x}}$ = η τυπική απόκλιση των δειγματικών μέσων = $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

σ = η τυπική απόκλιση του πληθυσμού

n = το μέγεθος του δείγματος

Z = το πλήθος των Κανονικών τυπικών αποκλίσεων

Παράδειγμα 1

Πήραμε 12 δείγματα (ένα κάθε ώρα) που αποτελούνται από 9 στοιχεία και υπολογίσαμε τον μέσο του κάθε δείγματος. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

Δείγμα	Μέσο Βάρος
1	16,1
2	16,8
3	15,5
4	16,5
5	16,5
6	16,4
7	15,2
8	16,4
9	16,3
10	14,8
11	14,2
12	17,3
sum	192

$$\bar{\bar{x}} = \frac{192}{12} = 16$$

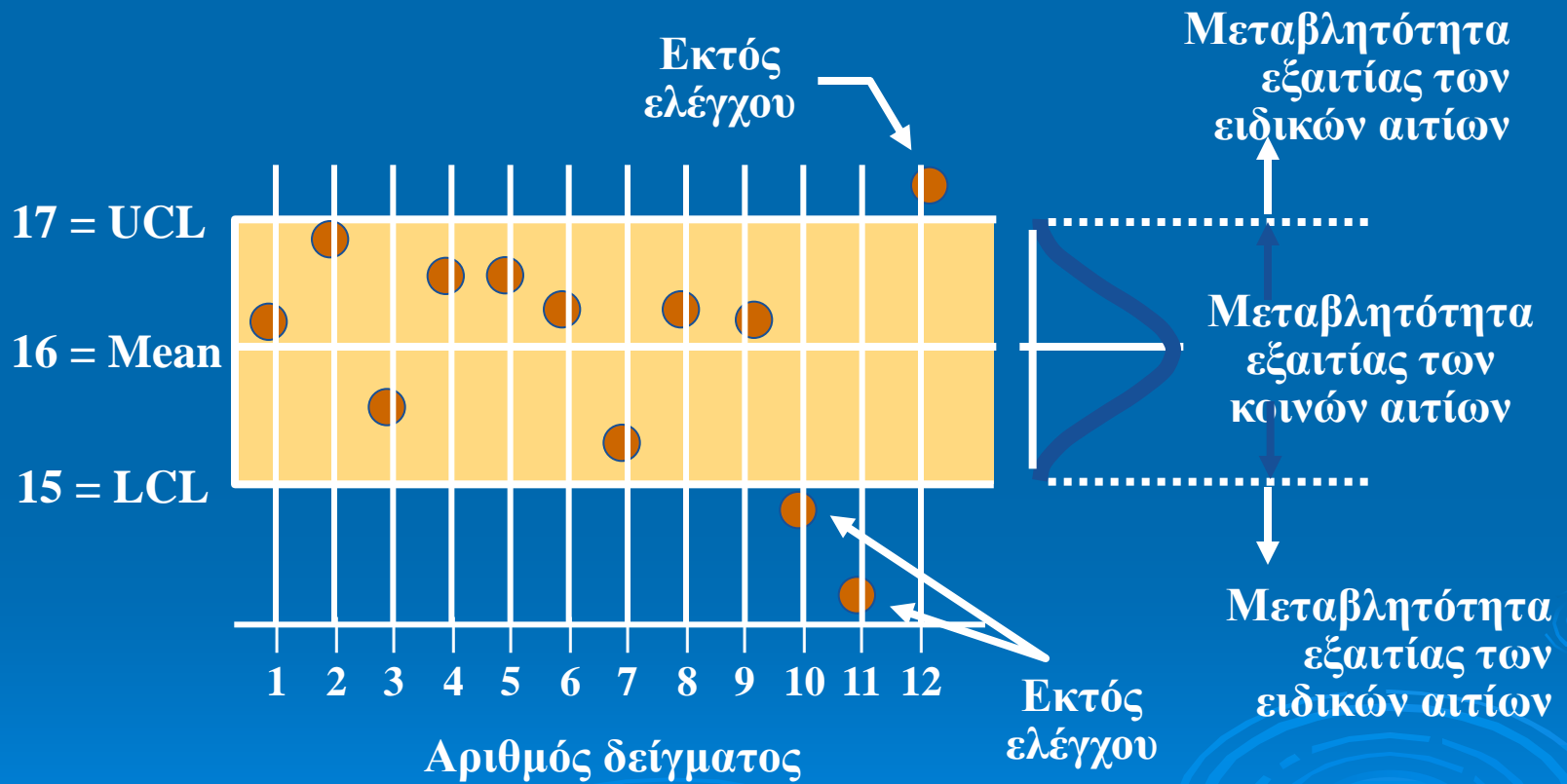
Τυπική απόκλιση
πληθυσμού $\sigma = 1$.

Για 99,7% όρια ελέγχου $Z=3$.

$$U.C.L = \bar{\bar{x}} + Z \cdot \sigma_{\bar{x}} = 16 + 3 \frac{1}{\sqrt{9}} = 17$$

$$L.C.L = \bar{\bar{x}} - Z \cdot \sigma_{\bar{x}} = 16 - 3 \frac{1}{\sqrt{9}} = 15$$

Διάγραμμα Ελέγχου των 12 δειγμάτων



Όρια Ελέγχου για \bar{x} -Charts όταν δεν είναι γνωστή η σ

Upper control limit: $U.C.L_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \cdot \bar{R}$

Lower control limit: $L.C.L_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \cdot \bar{R}$

όπου: $\bar{\bar{x}} =$ Μέσος των δειγματικών μέσων

$\bar{R} =$ Μέσο εύρος των δειγμάτων

$A_2 =$ Συντελεστής από πίνακα

Control Chart Factors

Sample Size n	Mean Factor A_2	Upper Range D_4	Lower Range D_3
2	1.880	3.268	0
3	1.023	2.574	0
4	.729	2.282	0
5	.577	2.115	0
6	.483	2.004	0
7	.419	1.924	0.076
8	.373	1.864	0.136
9	.337	1.816	0.184
10	.308	1.777	0.223
12	.266	1.716	0.284

Παράδειγμα 2

Ο υπεύθυνος ποιότητας μιας βιομηχανίας επίπλων πήρε 9 δείγματα των 5 τεμαχίων κοντροπλακέ και μέτρησε το μήκος σε εκατοστά. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

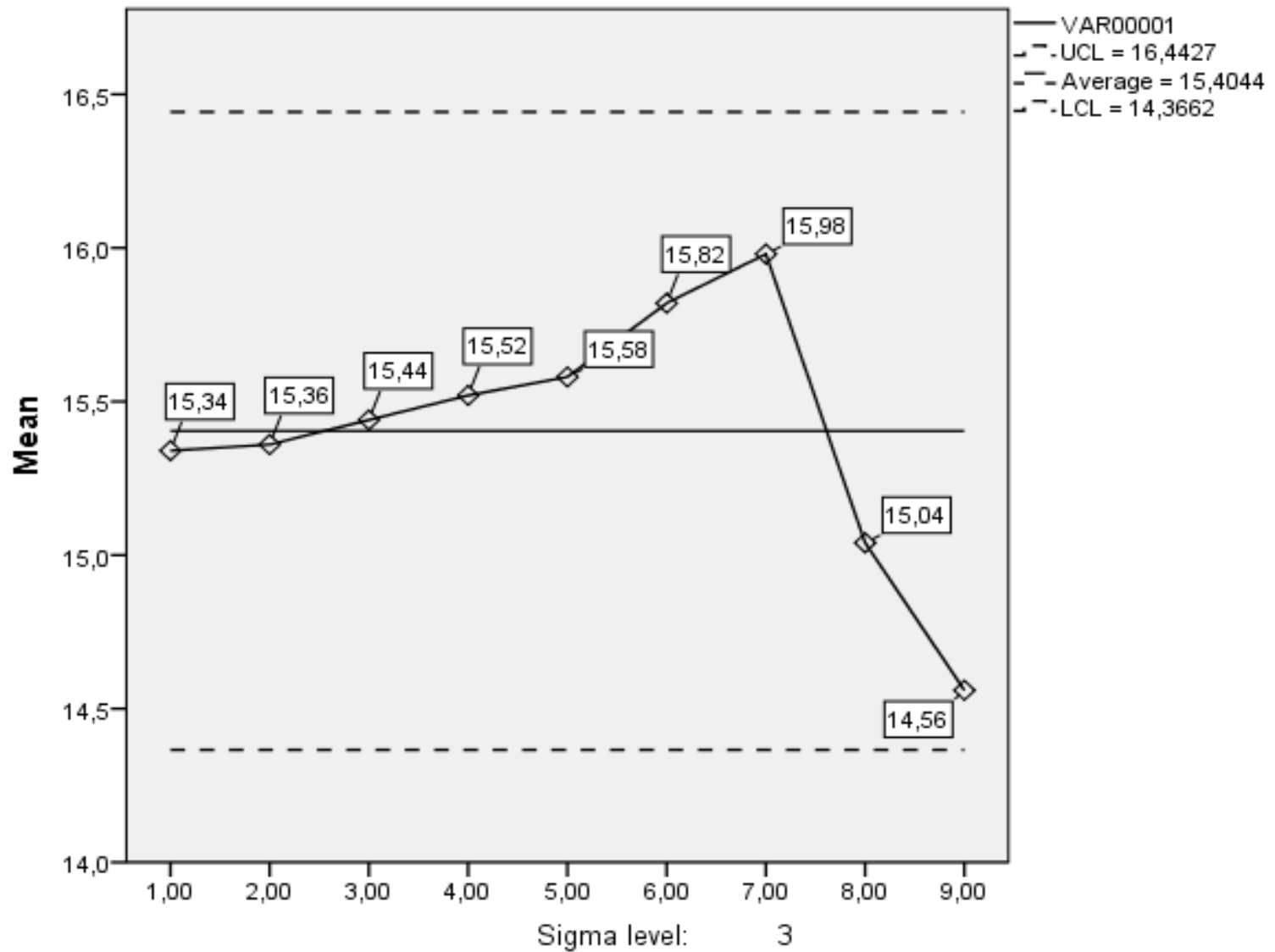
Δείγμα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	14,9	15,3	15,0	15,6	14,0	15,3	15,3	14,4	14,0	
	15,3	14,9	15,2	16,4	15,8	15,1	16,4	15,5	15,2	
	14,9	15,0	16,0	15,3	16,4	15,3	17,2	14,8	13,6	
	16,5	15,2	15,6	15,3	16,4	18,5	15,5	15,6	15,0	
	15,1	16,4	15,4	15,0	15,3	14,9	15,5	14,9	15,0	
Sum	76,7	76,8	77,2	77,6	77,9	79,1	79,9	75,2	72,8	
Mean Sample	15,34	15,36	15,44	15,52	15,58	15,82	15,98	15,04	14,56	138,64
Range	1,6	1,5	1	1,4	2,4	3,6	1,9	1,2	1,6	16,2

$$\bar{\bar{x}} = \frac{138,64}{9} = 15,4 \quad \bar{R} = \frac{16,2}{9} = 1,8$$

$$U.C.L_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \cdot \bar{R} = 15,4 + 0,577 * 1,8 = 16,44$$

$$L.C.L_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \cdot \bar{R} = 15,4 - 0,577 * 1,8 = 14,36$$

Control Chart: VAR00001



Όρια Ελέγχου για R- Charts

Upper control limit: $U.C.L_R = D_4 \cdot \bar{R}$

Lower control limit: $L.C.L_R = D_3 \cdot \bar{R}$

Where: \bar{R} = Μέσο εύρος των δειγμάτων

D_3, D_4 = Συντελεστές από πίνακα

Example 2

Ο υπεύθυνος ποιότητας μιας βιομηχανίας επίπλων πήρε 9 δείγματα των 5 τεμαχίων κοντροπλακέ και μέτρησε το μήκος σε εκατοστά. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

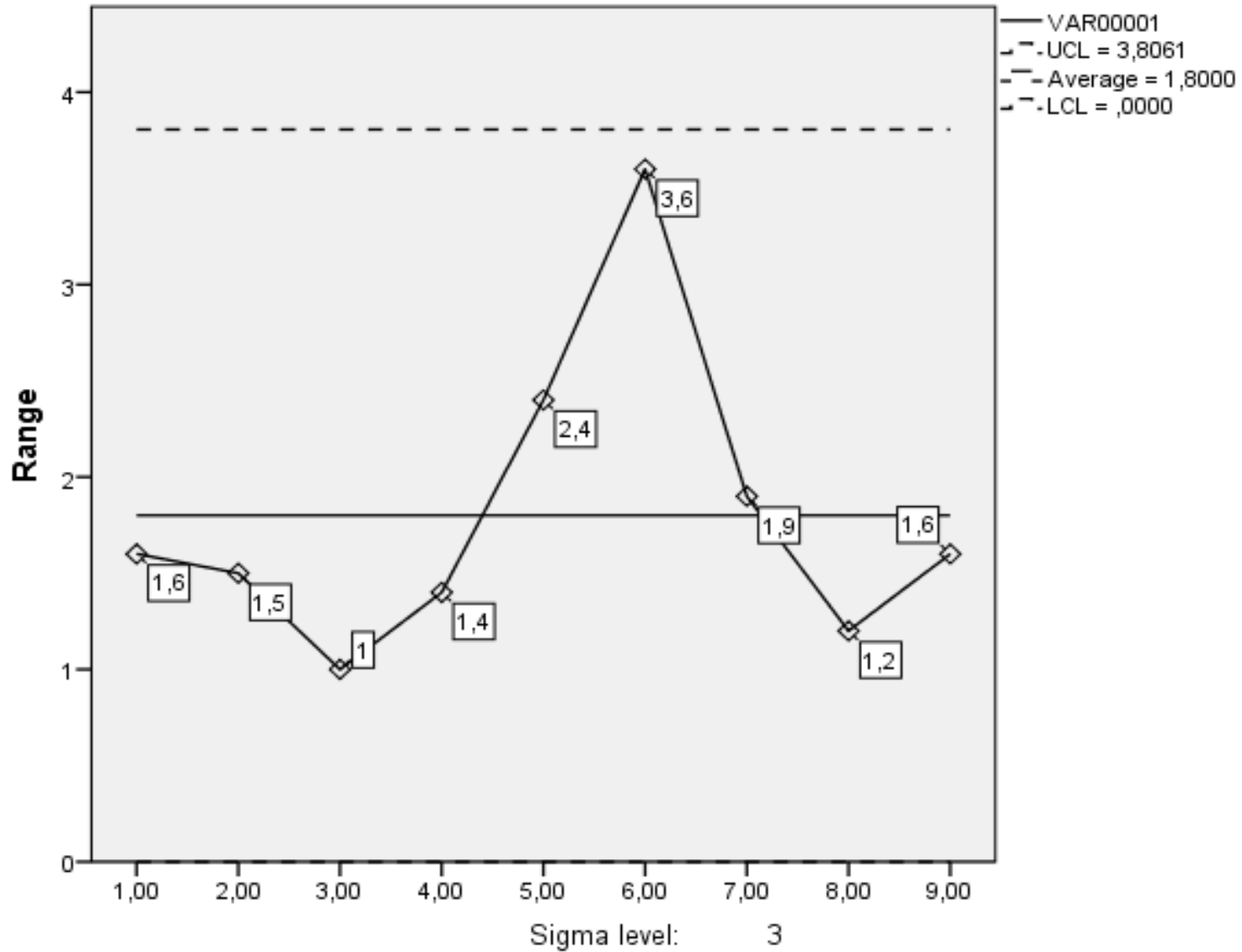
samples	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	14,9	15,3	15,0	15,6	14,0	15,3	15,3	14,4	14,0	
	15,3	14,9	15,2	16,4	15,8	15,1	16,4	15,5	15,2	
	14,9	15,0	16,0	15,3	16,4	15,3	17,2	14,8	13,6	
	16,5	15,2	15,6	15,3	16,4	18,5	15,5	15,6	15,0	
	15,1	16,4	15,4	15,0	15,3	14,9	15,5	14,9	15,0	
Range	1,6	1,5	1	1,4	2,4	3,6	1,9	1,2	1,6	16,2

$$\bar{R} = \frac{16,2}{9} = 1,8$$

$$U.C.L_R = D_4 \cdot \bar{R} = 2,115 * 1,8 = 3,807$$

$$L.C.L_R = D_3 \cdot \bar{R} = 0 * 1,8 = 0$$

Control Chart: VAR00001



Παράδειγμα 3.

Ένας επιθεωρητής ποιοτικού ελέγχου στην εταιρεία αναψυκτικών Cocoa Fizz έλαβε τρία δείγματα με τέσσερις παρατηρήσεις σε κάθε όγκο φιαλών. Εάν η τυπική απόκλιση της λειτουργίας εμφιάλωσης είναι 0,2 ουγγιές, χρησιμοποιήστε τα παρακάτω στοιχεία για να αναπτύξετε πίνακες ελέγχου με όρια 3 τυπικών αποκλίσεων για τα 16 oz. εμφιάλωσης.

	Time 1	Time 2	Time 3
Observation 1	15.8	16.1	16.0
Observation 2	16.0	16.0	15.9
Observation 3	15.8	15.8	15.9
Observation 4	15.9	15.9	15.8
Sample means (X-bar)	15.875	15.975	15.9
Sample ranges (R)	0.2	0.3	0.2

Διάγραμμα Ελέγχου Μέσης Τιμής - \bar{X}

- Κεντρική Γραμμή:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{15.875 + 15.975 + 15.9}{3} = 15.92$$

- Όρια Ελέγχου για $\pm 3\sigma$ όρια:

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + z\sigma_{\bar{x}} = 15.92 + 3\left(\frac{0.2}{\sqrt{4}}\right) = 16.22$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - z\sigma_{\bar{x}} = 15.92 - 3\left(\frac{0.2}{\sqrt{4}}\right) = 15.62$$

Διάγραμμα Ελέγχου Εύρους -R

- Κεντρική γραμμή και όρια ελέγχου

$$\bar{R} = \frac{0.2 + 0.3 + 0.2}{3} = .233$$

$$UCL_R = D_4 \bar{R} = 2.28(.233) = .53$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R} = 0.0(.233) = 0.0$$

Δεύτερη Μέθοδος για Μέση Τιμή με τη χρήση του Εύρους και του συντελεστή A_2

- Χρησιμοποιούμε αυτή τη μέθοδο όταν η τυπική απόκλιση του πληθυσμού δεν είναι γνωστή

$$\bar{R} = \frac{0.2 + 0.3 + 0.2}{3} = .233$$

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 15.92 + (0.73).233 = 16.09$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 15.92 - (0.73).233 = 15.75$$

Παράδειγμα:

Ο υπεύθυνος ποιοτικού ελέγχου πήρε 20 δείγματα των 4 στοιχείων από τη γραμμή παραγωγής. Τα δεδομένα παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα. Να κατασκευαστούν τα διαγράμματα ελέγχου *μέσης τιμής* και *εύρους*.

Δείγμα					Δείγμα				
1	24	17	9	4	11	2	14	4	5
2	19	13	9	28	12	3	15	19	18
3	5	16	12	13	13	25	8	25	26
4	2	23	2	23	14	26	10	23	12
5	7	6	24	6	15	1	6	5	17
6	25	11	24	18	16	15	28	2	5
7	9	21	8	19	17	25	21	4	18
8	14	10	20	7	18	10	24	5	19
9	17	0	10	25	19	2	12	3	1
10	37	22	14	18	20	13	12	15	11

Δείγμα					Άθροισμα	Μέση τιμή	Εύρος
1	24	17	9	4	54	13,5	20
2	19	13	9	28	69	17,25	19
3	5	16	12	13	46	11,5	11
4	2	23	2	23	50	12,5	21
5	7	6	24	6	43	10,75	18
6	25	11	24	18	78	19,5	14
7	9	21	8	19	57	14,25	13
8	14	10	20	7	51	12,75	13
9	17	0	10	25	52	13	25
10	37	22	14	18	91	22,75	23
11	2	14	4	5	25	6,25	12
12	3	15	19	18	55	13,75	16
13	25	8	25	26	84	21	18
14	26	10	23	12	71	17,75	16
15	1	6	5	17	29	7,25	16
16	15	28	2	5	50	12,5	26
17	25	21	4	18	68	17	21
18	10	24	5	19	58	14,5	19
19	2	12	3	1	18	4,5	11
20	13	12	15	11	51	12,75	4
Dr. Dimitriadis Efstathios					275	275/20=13,75	336/20=16,8 ²³

Λύση:

Επειδή δεν είναι γνωστή η τυπική απόκλιση του πληθυσμού θα χρησιμοποιηθούν οι τύποι της διαφάνειας 11 για το διάγραμμα ελέγχου μέσης τιμής..

$$\bar{\bar{x}} = \frac{275}{20} = 13,75 \quad \bar{R} = \frac{336}{20} = 16,8 \quad A_2 = 0,729$$

$$U.C.L_{\bar{x}} = 13,75 + 0,729 \cdot 16,8 = 25,9972$$

$$L.C.L_{\bar{x}} = 13,75 - 0,729 \cdot 16,8 = 1,5028$$

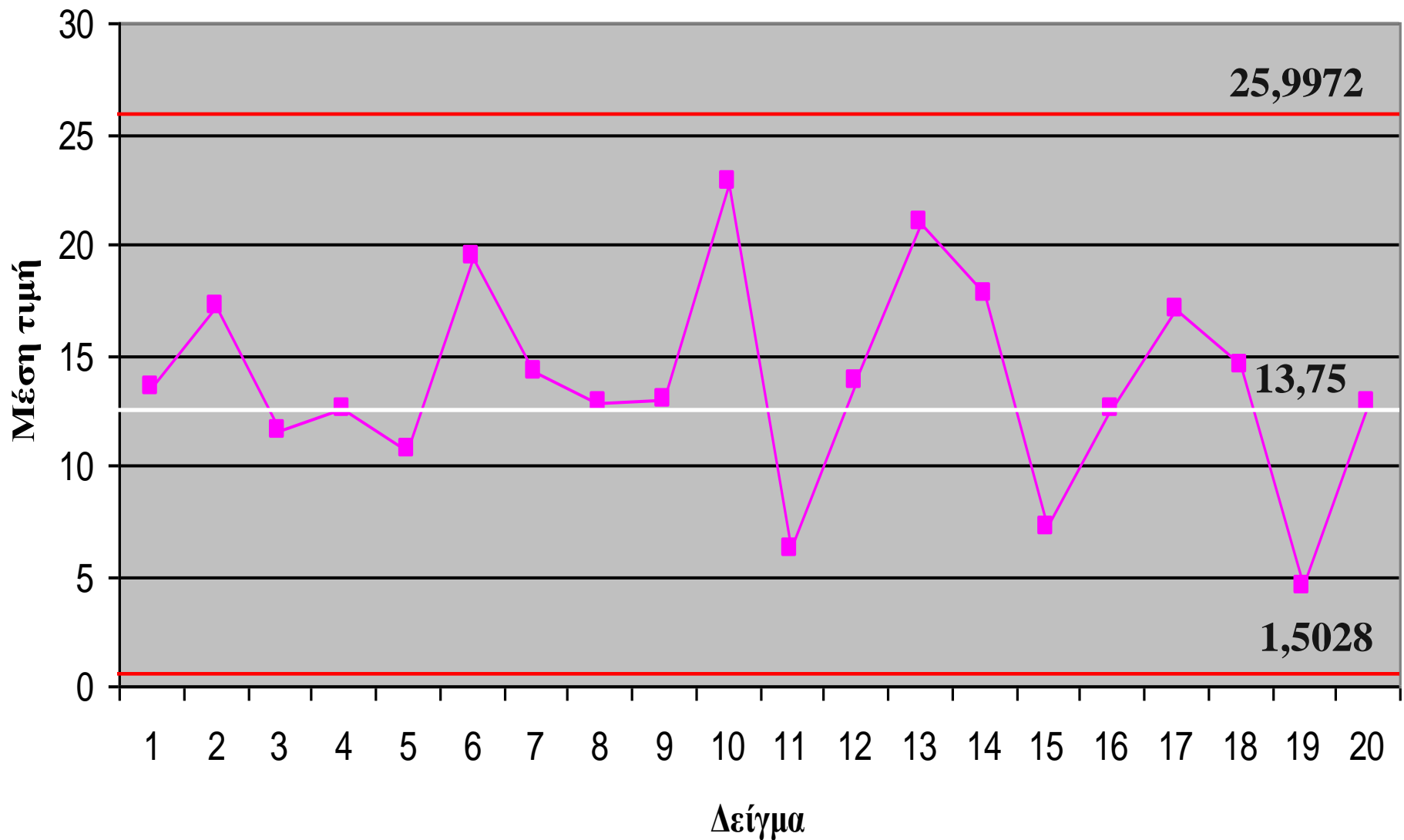
Για το διάγραμμα ελέγχου του εύρους χρησιμοποιούνται οι τύποι της διαφάνειας 15.

$$D_4 = 2,282 \quad D_3 = 0$$

$$U.C.L_R = 2,282 \cdot 16,8 = 38,3376$$

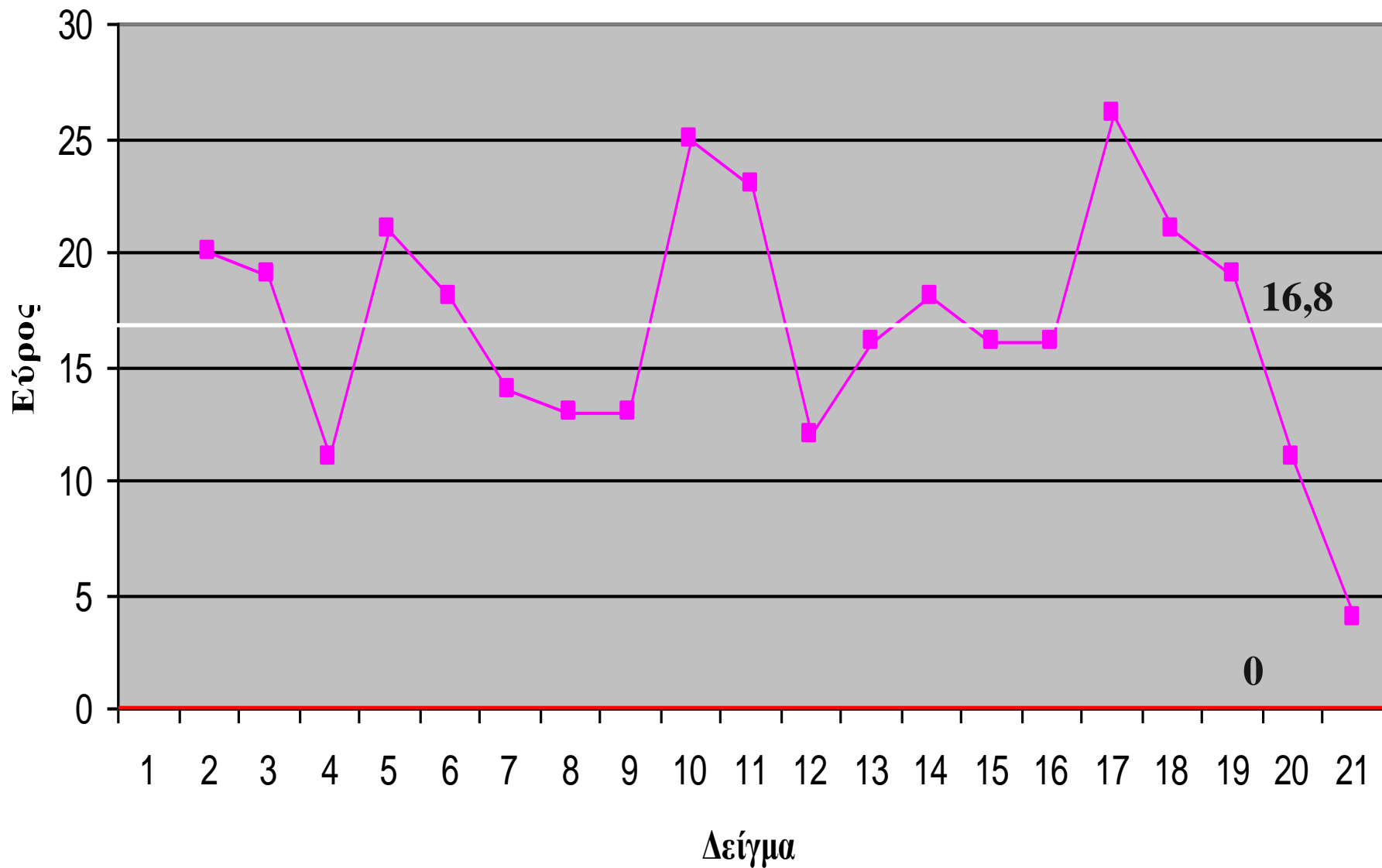
$$L.C.L_R = 0 \cdot 16,8 = 0$$

Διάγραμμα Ελέγχου Μέσης τιμής



Διάγραμμα Ελέγχου Εύρους

38,3376



16,8

0

Παράδειγμα: Προς Εξάσκηση

Είναι η πρώτη σου μέρα στη δουλειά ως χημικός μηχανικός σε ένα εργοστάσιο, και μία από τις ευθύνες σου είναι να ελέγχεις το pH μιας συγκεκριμένης διαδικασίας. Θα σας ζητηθεί από τον προϊστάμενό σας η παρακολούθηση της σταθερότητας του συστήματος. Σας δίνονται κάποια βασικά στοιχεία για τη διαδικασία, κατά τη διάρκεια της πρώτης ημέρας σας. Κατασκευάστε X-μπαρ και R διαγράμματα για να βγάλετε συμπεράσματα.

time (hours)	pH	pH	pH	pH
1	6.99	6.99	7.00	6.89
2	6.98	7.12	7.05	6.96
3	7.00	7.18	7.08	7.04
4	7.01	6.94	6.98	7.00
5	6.90	6.99	6.93	7.01
6	6.96	7.01	7.00	7.14
7	7.04	6.92	6.82	7.01
8	7.00	6.93	7.00	6.90
9	7.01	7.00	7.02	6.92
10	7.04	7.18	6.99	6.93
11	6.91	7.01	6.90	7.00
12	7.00	6.97	6.98	7.18
13	7.00	6.89	7.00	7.03
14	7.03	7.01	7.05	6.87
15	6.97	7.00	7.00	6.98
16	7.03	6.97	7.02	6.98
17	6.99	6.89	6.87	6.99
18	6.89	6.98	6.98	6.98
19	6.98	7.00	7.00	7.02
20	7.02	7.15	6.97	6.98
21	7.02	7.08	7.08	7.00
22	6.97	7.01	6.98	7.05
23	7.01	7.04	6.99	7.08
24	6.97	7.00	6.98	26.98

Διαγράμματα Ελέγχου Χαρακτηριστικών ή Ιδιοτήτων

Control Charts for Attributes

1. ΔE_p (Αναλογία μη συμμορφούμενων- ελαττωματικών)
2. ΔE_{np} (Πλήθος μη συμμορφούμενων- ελαττωματικών)
3. ΔE_c (Πλήθος ελαττωμάτων ανά μονάδα)
4. ΔE_u (Πλήθος ελαττωμάτων ανά σύνθετη μονάδα)

Ένα προϊόν χαρακτηρίζεται ως **Ελαττωματικό ή μη συμμορφωμένο** (*defective or nonconforming*) αν τουλάχιστον ένα ποιοτικό χαρακτηριστικό του έχει τιμή η οποία βρίσκεται εκτός των ορίων προδιαγραφών.

Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι το προϊόν παρουσιάζει τουλάχιστον ένα **ελάττωμα ή ατέλεια** (*defect or nonconformity*).

Διάγραμμα Ελέγχου για Αναλογία μη Συμμορφούμενων p

Σύμβολα:

n Πλήθος παρατηρήσεων σε κάθε δείγμα

p Δεδομένη Αναλογία ελαττωματικών

\bar{p} = Μέση αναλογία ανά δείγμα

$\bar{\bar{p}}$ = Μέση αναλογία όλων των δειγμάτων

S_p = Τυπική απόκλιση

ΔΕ p (Τυπολόγιο)

$$\bar{p} = \frac{\text{Πλήθος ελαττωματικών στο δείγμα}}{\text{Μέγεθος δείγματος}}$$

$$\bar{\bar{p}} = \frac{\text{Πλήθος ελαττωματικών σε όλα τα δείγματα}}{\text{Μέγεθος δείγματος} * \text{Πλήθος δειγμάτων}}$$

Όταν η τιμή του p είναι άγνωστη χρησιμοποιούμε την εκτίμηση $\bar{\bar{p}}$

και τα Ο.Ε είναι: $L.C.L = \bar{\bar{p}} - z s_p$ και $U.C.L = \bar{\bar{p}} + z s_p$

με

$$s_p = \sqrt{\frac{\bar{\bar{p}}(1 - \bar{\bar{p}})}{n}}$$

Όταν η τιμή του p καθορίζεται από την Διοίκηση τα Ο.Ε είναι:

$$L.C.L = p - z s_p$$

και

$$U.C.L = p + z s_p$$

με

$$s_p = \sqrt{\frac{p(1 - p)}{n}}$$

ΔΕ ρ – 1^ο Παράδειγμα

Δείγμα	Μέγεθος Δείγματος	Πλήθος ελαττωματικών	\bar{p}
1	100	4	0,04
2	100	2	0,02
3	100	5	0,05
4	100	3	0,03
5	100	6	0,06
6	100	4	0,04
7	100	3	0,03
8	100	7	0,07
9	100	1	0,01
10	100	2	0,02
11	100	3	0,03
12	100	2	0,02
13	100	2	0,02
14	100	8	0,08
15	100	3	0,03
		55	0,55

Το πρότυπο δεν είναι δεδομένο και χρησιμοποιούμε την εκτίμηση του p

$$\bar{p} = \frac{55}{100 * 15} = 0,0367$$

ή

$$\bar{p} = \frac{0,55}{15} = 0,0367$$

$$s_p = \sqrt{\frac{0,0367 (1 - 0,0367)}{100}} = 0,0188$$

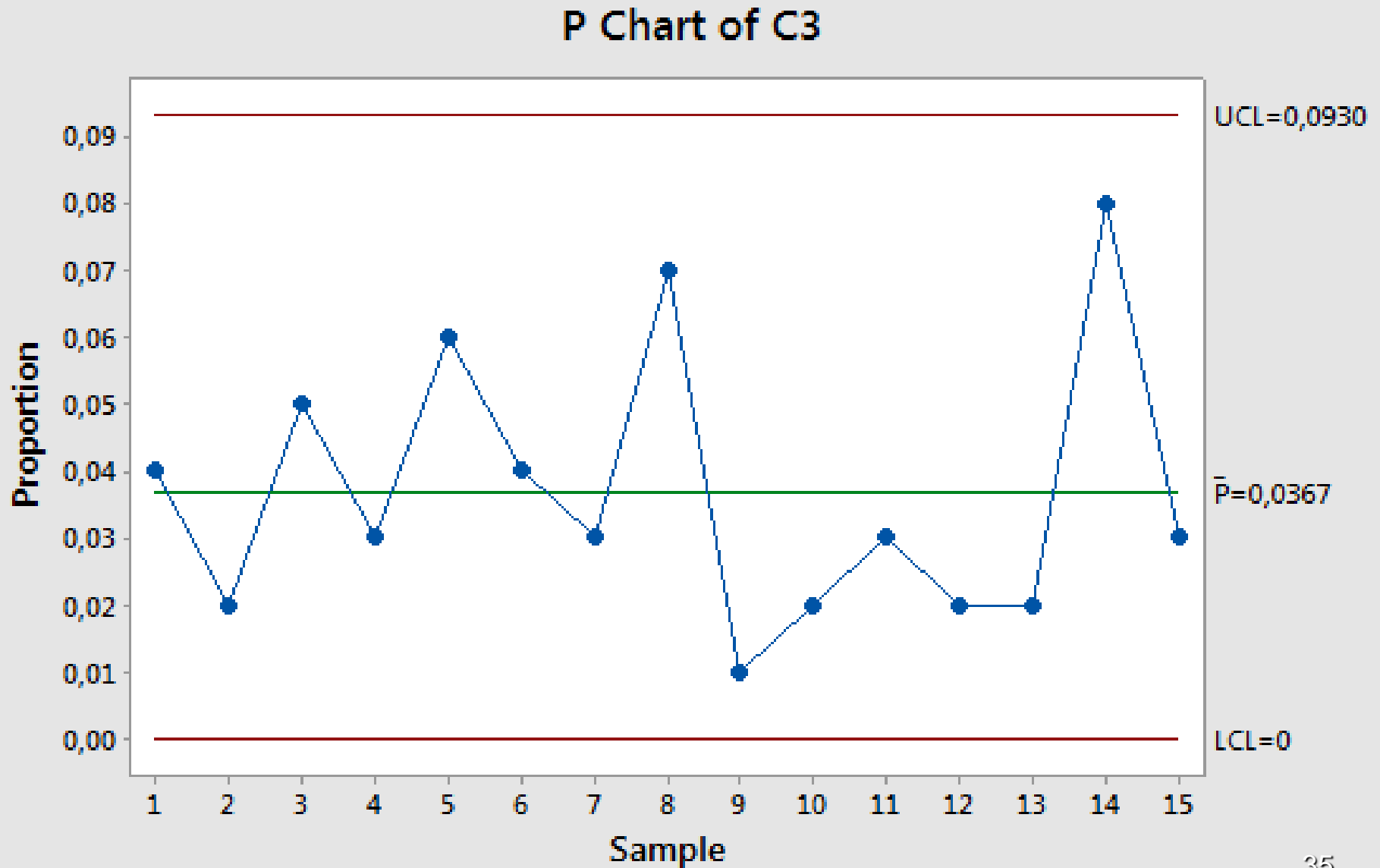
Τα Ο.Ε θα είναι:

$$L.C.L = 0,0367 - 3 * 0,0188 = -0,0197$$

$$U.C.L = 0,0376 + 3 * 0,0188 = 0,0931$$

!!! Σε περίπτωση που το L.C.L είναι αρνητικό χρησιμοποιούμε το 0

Διάγραμμα Ελέγχου p



ΔΕ ρ – 2^ο Παράδειγμα

Για 24 ημέρες ο υπεύθυνος παραγωγής μιας επιχείρησης έπαιρνε δείγμα $n=200$ μονάδων και κατέγραφε το πλήθος των ελαττωματικών προϊόντων. Να κατασκευαστεί το κατάλληλο διάγραμμα ελέγχου.

Ημέρα Παραγωγής	Αριθμός ελαττωματικών προϊόντων	Ποσοστό ελαττωματικών προϊόντων
1	10	0,050
2	5	0,025
3	10	0,050
4	12	0,060
5	11	0,055
6	9	0,045
7	22	0,110
8	4	0,020
9	12	0,060
10	24	0,120
11	21	0,105
12	15	0,075
13	8	0,040
14	14	0,070
15	4	0,020
16	10	0,050
17	11	0,055
18	11	0,055
19	26	0,130
20	13	0,065
21	10	0,050
22	9	0,045
23	11	0,055
24	12	0,060
Σύνολο	294	1,470

Το πρότυπο δεν είναι δεδομένο και χρησιμοποιούμε την εκτίμηση του p

$$p = \frac{294}{200 * 24} = 0,061$$

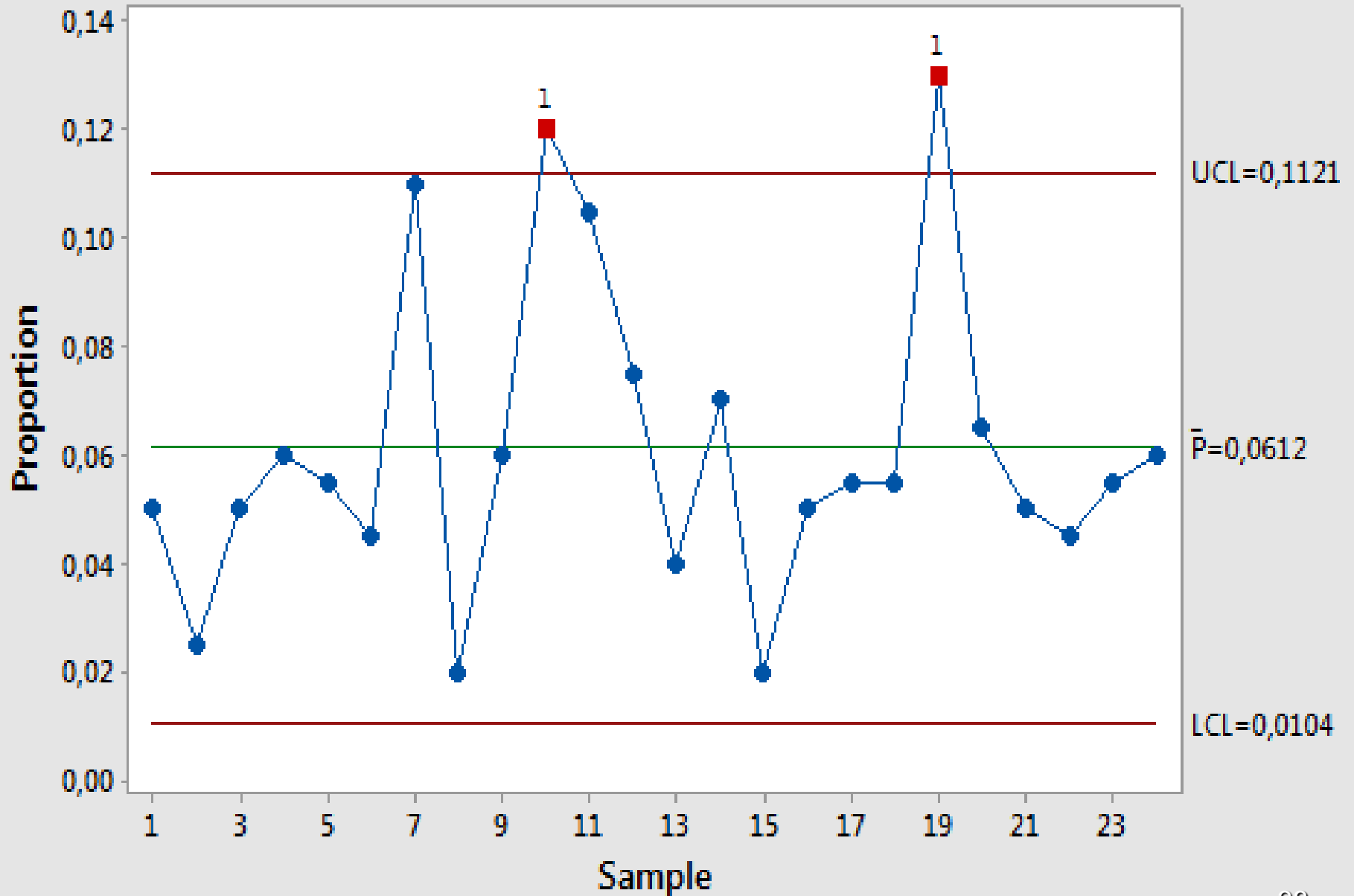
$$s_p = \sqrt{\frac{0,061(1 - 0,061)}{200}} = 0,017$$

Τα Ο.Ε θα είναι:

$$L.C.L = 0,061 - 3 * 0,017 = 0,010$$

$$U.C.L = 0,061 + 3 * 0,017 = 0,112$$

P Chart of C2



Στο διάγραμμα ελέγχου υπάρχουν δύο τιμές (10^η και 19^η ημέρα) έξω από τα όρια ελέγχου και συνεπώς η διεργασία βρίσκεται εκτός στατιστικού ελέγχου. Προφανώς ο υπερβολικός αριθμός ελαττωματικών προϊόντων των ημερών εκείνων οφείλεται σε ασυνήθη ή ειδικά αίτια (π.χ τοποθέτηση ανειδίκευτου εργάτη). Για να τεθεί η διαδικασία υπό στατιστικό έλεγχο πρέπει να απαλειφθούν τα ασυνήθη αίτια.

$$\bar{p} = \frac{294 - 50}{200 * 22} = 0,055$$

$$s_p = \sqrt{\frac{0,055(1-0,055)}{200}} = 0,016$$

$$L.C.L = 0,055 - 3 * 0,016 = 0,007$$

$$U.C.L = 0,055 + 3 * 0,016 = 0,103$$

!!!! Οι νέες τιμές αντανακλούν μόνο σε τυχαία αίτια και συνεπώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρότυπα για τον έλεγχο δειγμάτων στο μέλλον.

ΔΕ p – 3^ο Παράδειγμα

Ο Διευθυντής παραγωγής σε μια βιομηχανία ελαστικών αυτοκινήτων αναζήτησε το πλήθος των ελαττωματικών ελαστικών σε 20 τυχαία δείγματα των 20 ελαστικών έκαστο. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται το πλήθος των ελαττωματικών ελαστικών που εντοπίστηκαν σε κάθε δείγμα.

Να κατασκευαστεί το κατάλληλο διάγραμμα ελέγχου.

Αριθμός Δείγματος	Πλήθος ελαττωματικών ελαστικών
1	3
2	2
3	1
4	2
5	1
6	3
7	3
8	2
9	1
10	2
11	3
12	2
13	2
14	1
15	1
16	2
17	4
18	3
19	1
20	1
Total	40

4^ο Παράδειγμα

Μία εταιρία courier ανέθεσε στο τμήμα ποιοτικού ελέγχου που διαθέτει την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με το εάν η διαδικασία παράδοσης δεμάτων σε όλη την επικράτεια εκτελείται σωστά. Κάθε φορά που η διαδικασία αποκλίνει από το στόχο της, για οποιοδήποτε λόγο, αυτό θεωρείται ως αστοχία (π.χ. αργοπορημένη παραλαβή του δέματος από τον υπάλληλο της εταιρίας, λάθη στη συμπλήρωση εντύπων, καθυστέρηση στην παράδοση κτλ.). Το τμήμα ποιοτικού ελέγχου επιλέγει τυχαία και εξετάζει 50 παραδόσεις ανά ώρα σε όλη τη χώρα. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται το πλήθος των αστοχιών για μία συνεχή χρονική περίοδο 3 ημερών (η εταιρία courier λειτουργεί σε συνεχή βάση 8 ώρες την ημέρα).

Να διαπιστωθεί εάν η διαδικασία παράδοσης δεμάτων βρίσκεται υπό στατιστικό έλεγχο.

(Πηγή: Εμ. Στειακάκης, Διοίκηση και Έλεγχος Ποιότητας, 2^η έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα)

Αριθμός δείγματος	Πλήθος Αστοχιών	Αριθμός δείγματος	Πλήθος Αστοχιών
1	12	13	22
2	8	14	18
3	11	15	13
4	9	16	9
5	19	17	4
6	24	18	7
7	13	19	12
8	11	20	13
9	12	21	19
10	5	22	17
11	10	23	10
12	10	24	8
Σύνολο	144		152

**Συνολικό Πλήθος
Αστοχιών=
144+152=296**

Αριθμός δείγματος	Αναλογία Αστοχιών	Αριθμός δείγματος	Αναλογία Αστοχιών
1	12/50=0,24	13	0,44
2	0,16	14	0,36
3	0,22	15	0,26
4	0,18	16	0,18
5	0,38	17	0,08
6	0,48	18	0,14
7	0,26	19	0,24
8	0,22	20	0,26
9	0,24	21	0,38
10	0,10	22	0,34
11	0,20	23	0,20
12	0,20	24	0,16
Σύνολο	2,88		3,04

**Συνολική Αναλογία
Αστοχιών= 2,88+3,04=5,92**

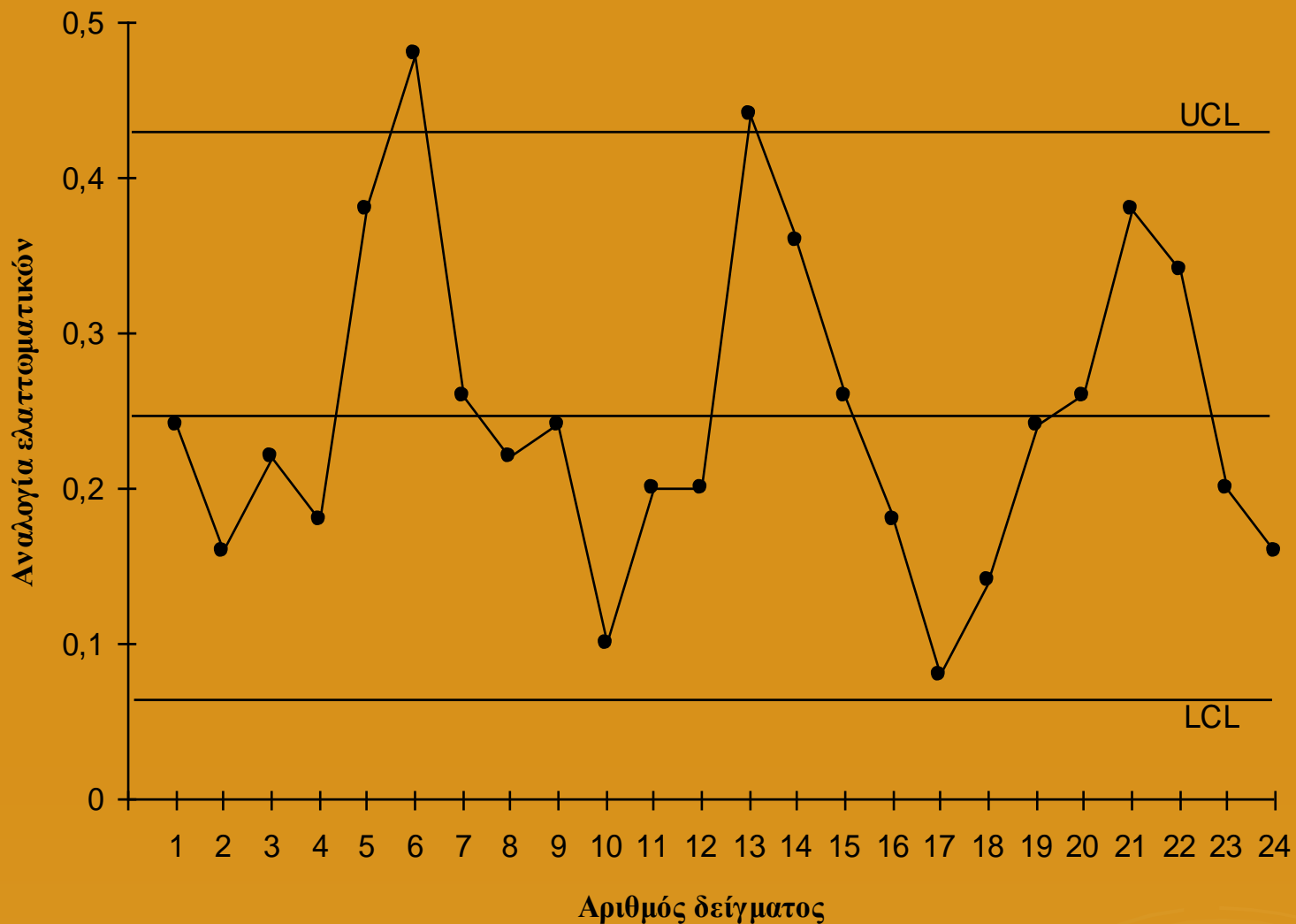
$$p = \frac{296}{50 * 24} = 0,247$$

$$p = \frac{5,92}{24} = 0,247$$

$$s_p = \sqrt{\frac{0,247(1-0,247)}{50}} = 0,06099$$

$$U.C.L = 0,247 + 3 * 0,06099 = 0,42997$$

$$L.C.L = 0,247 - 3 * 0,06099 = 0,06403$$



Η διαδικασία παράδοσης δεμάτων δεν βρίσκεται υπό στατιστικό έλεγχο καθώς η μέση αναλογία των δειγμάτων 6 και 13 βρίσκονται εκτός των ορίων ελέγχου.

Διάγραμμα Ελέγχου Πλήθους μη Συμμορφούμενων nr

Σύμβολα:

n Πλήθος παρατηρήσεων σε κάθε δείγμα

N Συνολικό πλήθος παρατηρήσεων

p Δεδομένη Αναλογία ελαττωματικών

\bar{p} = Μέση αναλογία ανά δείγμα

$\bar{\bar{p}}$ = Μέση αναλογία όλων των δειγμάτων

S_p = Τυπική απόκλιση

ΔΕ np (Τυπολόγιο)

$$\text{Μέση τιμή ελαττωματικών} = n * \bar{p}$$

$$\text{Τυπική Απόκλιση} = s_p = \sqrt{n * \bar{p}(1 - \bar{p})}$$

$$L.C.L = n * \bar{p} - 3s_p$$

$$U.C.L = n * \bar{p} + 3s_p$$

ΔΕ p – 1^ο Παράδειγμα

Στον πίνακα παρουσιάζεται ο αριθμός των ελαττωματικών φύλλων κόντρα- πλακέ σε πακέτα των 100 φύλλων.

Δείγμα	Μέγεθος Δείγματος	Πλήθος ελαττωματικών	\bar{p}
1	100	4	0,04
2	100	2	0,02
3	100	5	0,05
4	100	3	0,03
5	100	6	0,06
6	100	4	0,04
7	100	3	0,03
8	100	7	0,07
9	100	1	0,01
10	100	2	0,02
11	100	3	0,03
12	100	2	0,02
13	100	2	0,02
14	100	8	0,08
15	100	3	0,03
		55	0,55

Το πρότυπο δεν είναι δεδομένο και χρησιμοποιούμε την εκτίμηση του p

$$\bar{p} = \frac{55}{100 * 15} = 0,0367$$

ή

$$\bar{p} = \frac{0,55}{15} = 0,0367$$

$$\text{Μέση τιμή ελαττωματικών} = n * \bar{p} = 100 * 0,0367 = 3,67$$

$$s_p = \sqrt{3.67 (1 - 0.0367)} = 1.88$$

Τα Ο.Ε θα είναι:

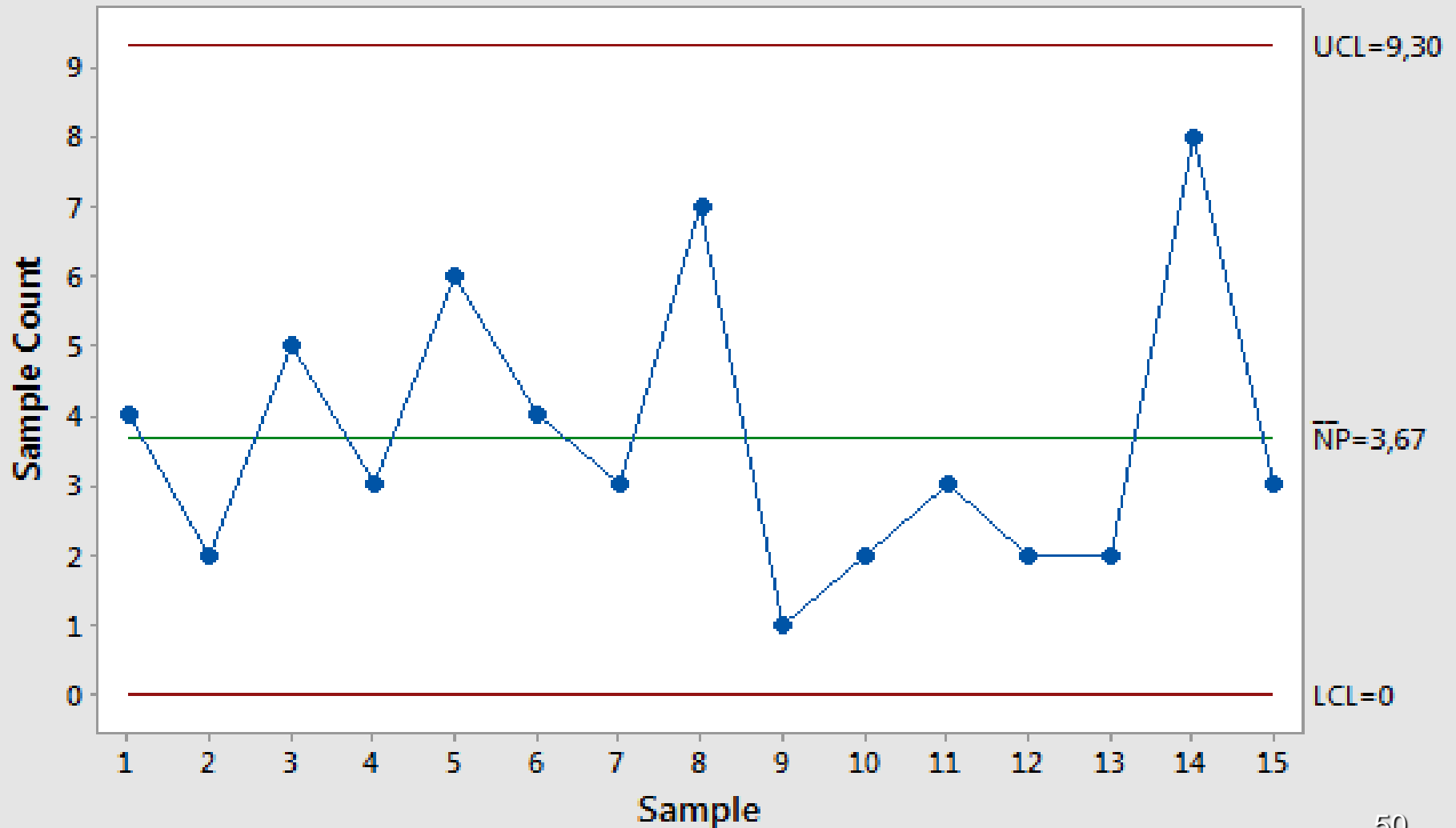
$$L.C.L = 3.67 - 3 * 1.88 = -1.97$$

$$U.C.L = 3.76 + 3 * 1.88 = 9.31$$

!!! Σε περίπτωση που το Κ.Ο.Ε είναι αρνητικό χρησιμοποιούμε το 0

Διάγραμμα Ελέγχου np

NP Chart of C1



ΔΕ ρ – 2^ο Παράδειγμα

Για 24 ημέρες ο υπεύθυνος παραγωγής μιας επιχείρησης έπαιρνε δείγμα $n=200$ μονάδων και κατέγραφε το πλήθος των ελαττωματικών προϊόντων. Να κατασκευαστεί το κατάλληλο διάγραμμα ελέγχου.

Ημέρα Παραγωγής	Αριθμός ελαττωματικών προϊόντων	Ποσοστό ελαττωματικών προϊόντων
1	10	0,050
2	5	0,025
3	10	0,050
4	12	0,060
5	11	0,055
6	9	0,045
7	22	0,110
8	4	0,020
9	12	0,060
10	24	0,120
11	21	0,105
12	15	0,075
13	8	0,040
14	14	0,070
15	4	0,020
16	10	0,050
17	11	0,055
18	11	0,055
19	26	0,130
20	13	0,065
21	10	0,050
22	9	0,045
23	11	0,055
24	12	0,060
Σύνολο	294	1,470

Το πρότυπο δεν είναι δεδομένο και χρησιμοποιούμε την εκτίμηση του p

$$\hat{p} = \frac{294}{200 * 24} = 0,06125$$

$$\text{Μέση τιμή ελαττωματικών} = n * \hat{p} = 200 * 0,06125 = 12.25$$

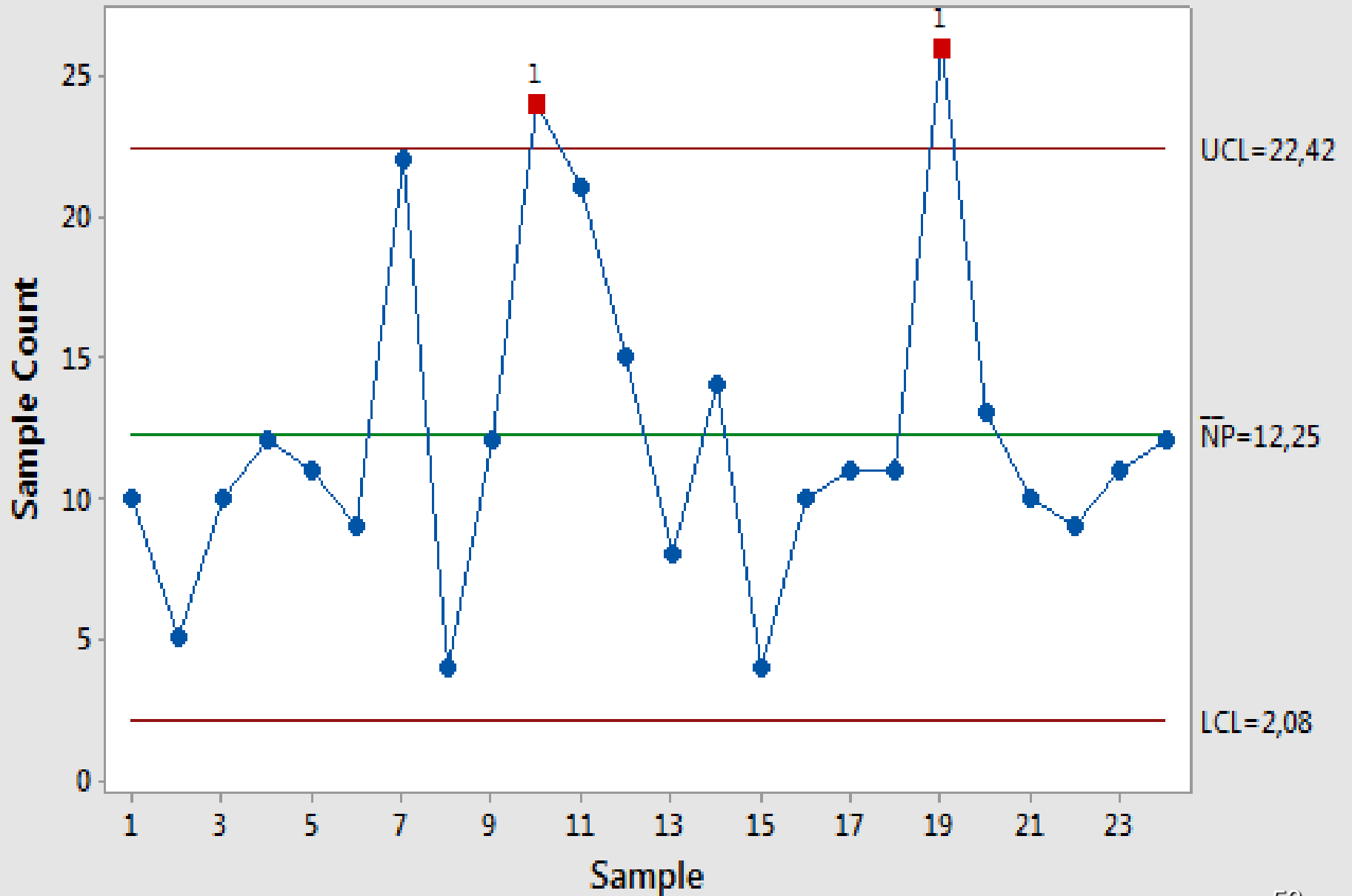
$$s_p = \sqrt{12.25(1 - 0.06125)} = 3.39$$

Τα Ο.Ε θα είναι:

$$L.C.L = 12.25 - 3 * 3.39 = 2.08$$

$$U.C.L = 12.25 + 3 * 3.39 = 22.42$$

NP Chart of C2



Διάγραμμα Ελέγχου για Πλήθος Ελαττωμάτων ©

Σύμβολα:

N Συνολικό πλήθος μονάδων

Μέση Τιμή:

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i}{N}$$

Μέση Απόκλιση:

$$S_c = \sqrt{\bar{c}}$$

Όρια Ελέγχου:

$$K.O.E = \bar{c} - 3 * S_c$$

$$A.O.E = \bar{c} + 3 * S_c$$

Παράδειγμα 1^ο :

Στον πίνακα παρουσιάζονται σχετικά στοιχεία για την άσκηση ποιοτικού ελέγχου ενός νέου αυτοκινήτου μικρού κυβισμού.

Να κατασκευαστεί το κατάλληλο διάγραμμα ελέγχου.

Αριθμός Μονάδας	Αριθμός ελαττωμάτων	Αριθμός Μονάδας	Αριθμός ελαττωμάτων
1	6	12	6
2	3	13	4
3	4	14	16
4	5	15	6
5	15	16	6
6	5	17	5
7	3	18	4
8	7	19	8
9	6	20	3
10	4	21	7
11	5	22	3
			131

Συνολικό πλήθος μονάδων = 22

Μέση Τιμή: $\bar{c} = \frac{131}{22} = 5,95$ ελαττώματα ανά αυτοκίνητο

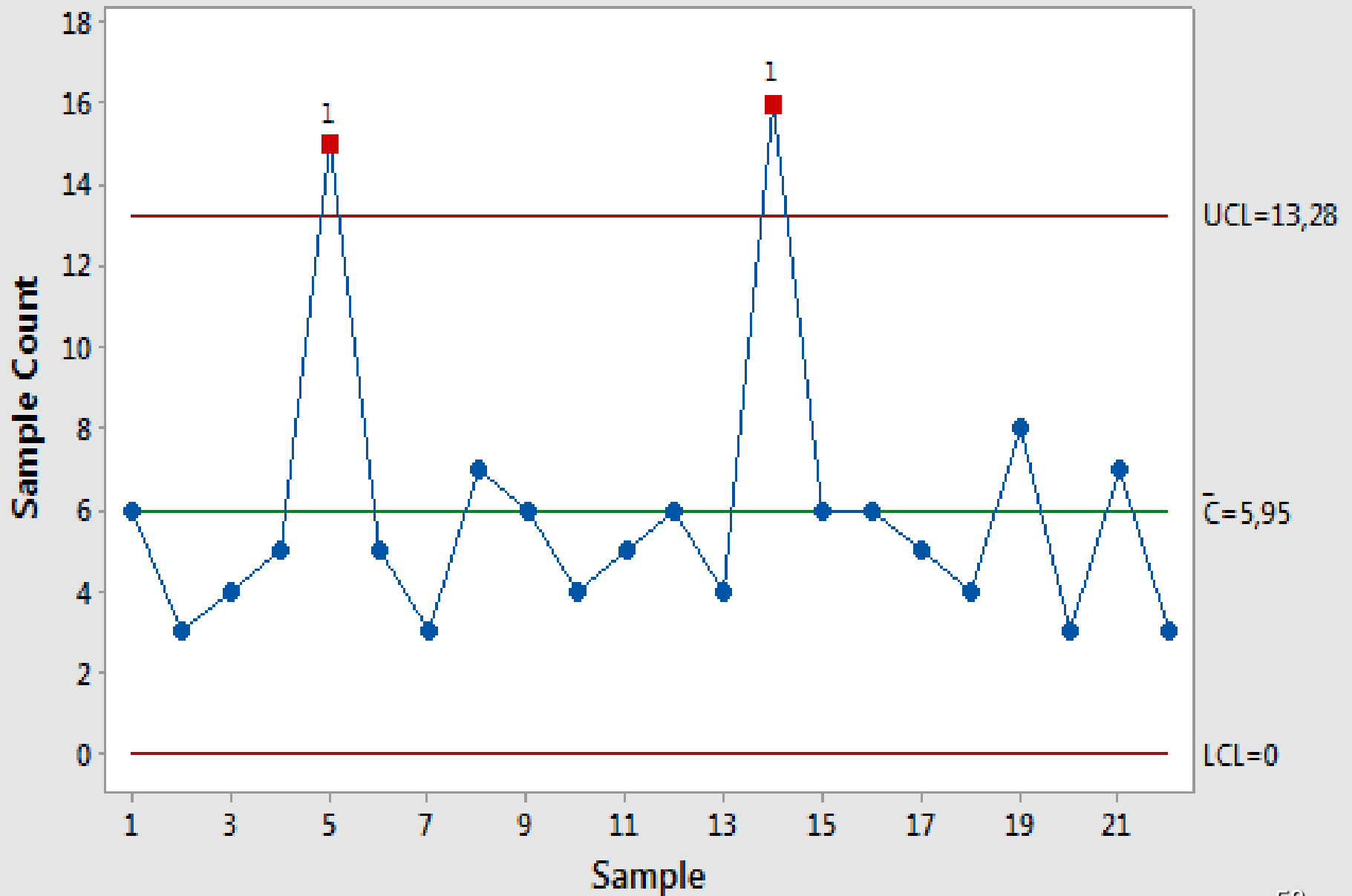
Μέση Απόκλιση: $S_c = \sqrt{5,95} = 2,44$

Όρια Ελέγχου:

$$K.O.E = 5,95 - 3 * 2,44 = -1,37$$

$$A.O.E = 5,95 + 3 * 2,44 = 13,27$$

C Chart of C4

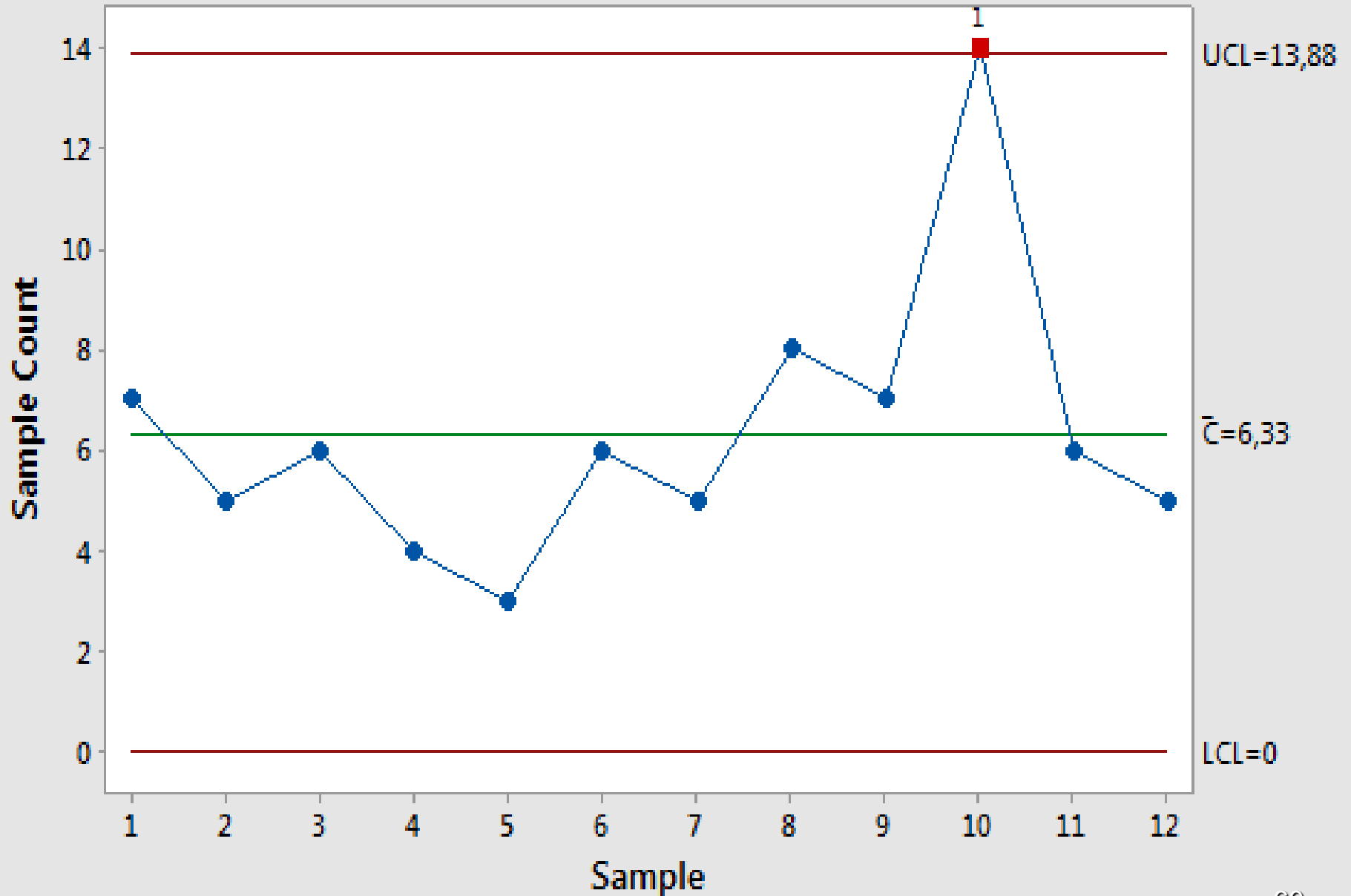


Μήνας	Πλήθος επειγόντων περιστατικών	Μήνας	Πλήθος επειγόντων περιστατικών
Ιανουάριος	7	Ιούλιος	5
Φεβρουάριος	5	Αύγουστος	8
Μάρτιος	6	Σεπτέμβριος	7
Απρίλιος	4	Οκτώβριος	14
Μάιος	3	Νοέμβριος	6
Ιούνιος	6	Δεκέμβριος	5
			76

Παράδειγμα 2^ο :

Στον πίνακα παρουσιάζονται τα επείγοντα περιστατικά που έχουν εισαχθεί στο ΓΚΝΑ.
Να κατασκευαστεί το κατάλληλο διάγραμμα ελέγχου

C Chart of C5



Παράδειγμα 3:

Το πλήθος των εβδομαδιαίων παραπόνων των πελατών ενός ξενοδοχείου μεγάλου καταγράφηκε για 10 εβδομάδες.

Εβδομάδα	Πλήθος παραπόνων
1	3
2	2
3	3
4	1
5	3
6	3
7	2
8	1
9	3
10	1
Total	22

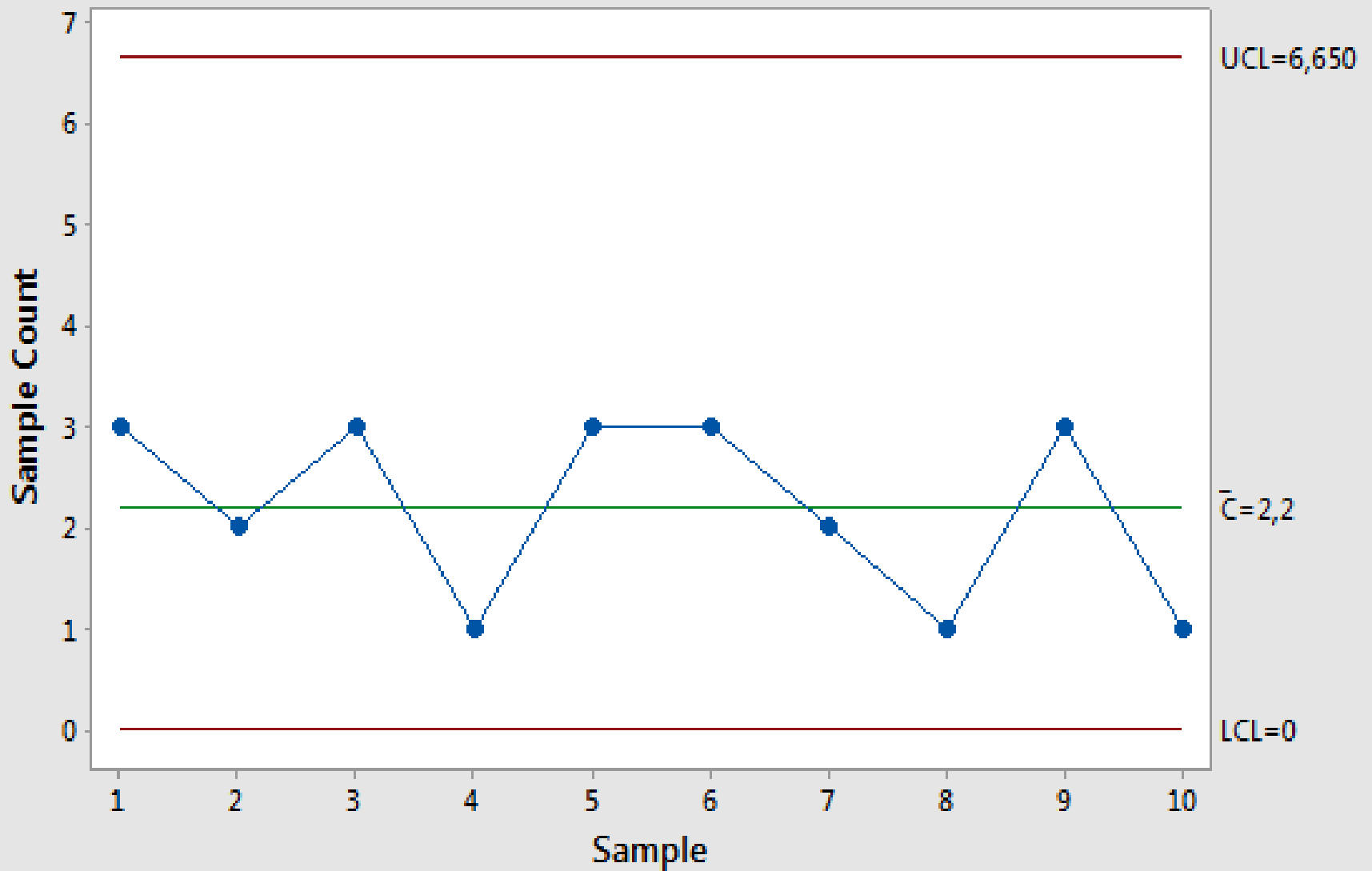
$$\bar{c} = \frac{22}{10} = 2,2$$

$$S_c = \sqrt{2,2} = 1,48$$

$$K.O.E = 2,2 - 3 * 1,48 = -2,25 = 0$$

$$A.O.E = 2,2 + 3 * 1,48 = 6,65$$

C Chart of C1



Διάγραμμα Ελέγχου για Πλήθος Ελαττωμάτων ανά Σύνθετη Μονάδα u

u- Chart

Το Διάγραμμα u είναι μια πιο γενική έκδοση του Διαγράμματος c και χρησιμοποιείται όταν τα δεδομένα δεν προέρχονται από δείγματα ίσου μεγέθους. Το σύμβολο u αντιπροσωπεύει τα ελαττώματα κατά μέσο όρο ανά σύνθετη μονάδα.

Αυτό το διάγραμμα δείχνει τη μη συμμόρφωση ανά μονάδα που παράγεται από μια διαδικασία. Υποθέτει ότι οι μονάδες μπορούν να έχουν περισσότερο από ένα μόνο ελάττωμα

Σύμβολα και Τύποι:

n_i = Πλήθος σύνθετων μονάδων στο δείγμα i

c_i = Συνολικό πλήθος ελαττωμάτων στο δείγμα i

$$u_i = c_i / n_i$$

N = Πλήθος δειγμάτων

Μέση Τιμή:

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i}{\sum_{i=1}^N n_i}$$

Μέση Απόκλιση:

$$S_u = \sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

Όρια Ελέγχου:

$$A.O.E = \bar{u} + 3 * S_u$$

$$K.O.E = \bar{u} - 3 * S_u$$

υ -Παράδειγμα

Ο υπεύθυνος ποιότητας ενός φημισμένου εστιατορίου κατέγραψε, για 28 ημέρες, το πλήθος των παραγγελιών και τον αντίστοιχο αριθμό παραπόνων των πελατών. Να υπολογιστούν τα όρια ελέγχου και να κατασκευαστεί το κατάλληλο διάγραμμα.

Ημέρα	Αριθμός παραγγελιών	Αριθμός παραπόνων	Ημέρα	Αριθμός παραγγελιών	Αριθμός παραπόνων
1	19	372	15	21	430
2	15	241	16	28	494
3	26	418	17	21	353
4	23	475	18	24	385
5	18	385	19	20	400
6	27	508	20	26	464
7	20	342	21	22	352
8	23	474	22	24	350
9	29	563	23	20	347
10	26	411	24	26	355
11	21	361	25	22	357
12	25	441	26	20	354
13	24	432	27	24	351
14	27	530	28	25	356
				646	11.301

Χρησιμοποιώντας τον τύπο $u_i = c_i / n_i$ για

όλες τις ημέρες, έχουμε τον μέσο αριθμό $\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i}{\sum_{i=1}^N n_i} = \frac{11.301}{646} = 17,49 = C.L$

παραπόνων της κάθε ημέρας..

Ημέρ α	Αριθμός παραγγελιών	Αριθμός παραπόνων	u	Ημέρ α	Αριθμός παραγγελιό ν	Αριθμός παραπόνων	u
1	19	372	19,58	15	21	430	20,48
2	15	241	16,07	16	28	494	17,64
3	26	418	16,08	17	21	353	16,81
4	23	475	20,65	18	24	385	16,04
5	18	385	21,39	19	20	400	20,00
6	27	508	18,81	20	26	464	17,85
7	20	342	17,10	21	22	352	16,00
8	23	474	20,61	22	24	350	14,58
9	29	563	19,41	23	20	347	17,35
10	26	411	15,81	24	26	355	13,65
11	21	361	17,19	25	22	357	16,23
12	25	441	17,64	26	20	354	17,70
13	24	432	18,00	27	24	351	14,63
14	27	530	19,63	28	25	356	14,24
					646	11.301	

!!!! Κάθε μέρα έχει τα δικά της όρια ελέγχου.

Control Chart: defects

