

**Άσκηση**

Για την ολοκλήρωση ενός έργου απαιτείται η εκτέλεση ενός αριθμού δραστηριοτήτων. Τα δεδομένα χρόνου (σε εβδομάδες) και κόστους (σε €), για κάθε δραστηριότητα υπό κανονική λειτουργία (normal time, normal cost) και υπό συνθήκες συμπίεσης (crash time, crash cost), όπως και οι περιορισμοί που υπάρχουν στη σειρά εκτέλεσής τους παρουσιάζονται στον πίνακα 1.

Αν υποθέσουμε ότι ο Διαχειριστής του έργου θέλει να μειώσει την διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου και για το σκοπό αυτό έχει εξασφαλίσει χρηματικό ποσό 3.000€, πόσες εβδομάδες μείωσης μπορούν να προκύψουν με το ποσό αυτό;

(Υποθέστε ότι τα έμμεσα κόστη είναι ενσωματωμένα στα άμεσα).

**Πίνακας 1.**

| Δραστηριότητα | Περιγραφή                        | Προαπαιτούμενες | Διάρκεια Δραστηριότητας |                      | Κόστος Δραστηριότητας        |                                 |
|---------------|----------------------------------|-----------------|-------------------------|----------------------|------------------------------|---------------------------------|
|               |                                  |                 | Κανονική<br>$T_N$       | Συντομότερη<br>$T_C$ | Κανονικής διάρκειας<br>$C_N$ | Συντομότερης διάρκειας<br>$C_C$ |
| A             | Μελέτη βιωσιμότητας              | -               | 5                       | 4                    | 1000                         | 2000                            |
| B             | Επιλογή διευθυντή παραγωγής      | A               | 3                       | 2                    | 2000                         | 2500                            |
| Γ             | Αγορά και εγκατάσταση εξοπλισμού | B               | 4                       | 2                    | 3000                         | 5000                            |
| Δ             | Επιλογή διαφημιστικής εταιρείας  | B               | 5                       | 3                    | 2000                         | 4000                            |
| E             | Πρόσληψη προσωπικού              | Γ               | 6                       | 3                    | 4000                         | 10000                           |
| Z             | Αγορά πρώτων υλών                | Γ               | 3                       | 2                    | 1000                         | 1500                            |
| H             | Δοκιμαστική λειτουργία           | E, Z            | 4                       | 3                    | 8000                         | 10000                           |
| Θ             | Κανονική λειτουργία              | H               | 8                       | 5                    | 10000                        | 16000                           |
| I             | Ενέργεια προώθησης               | Δ, H            | 7                       | 5                    | 5000                         | 8000                            |

**Βήμα1<sup>ο</sup>:**

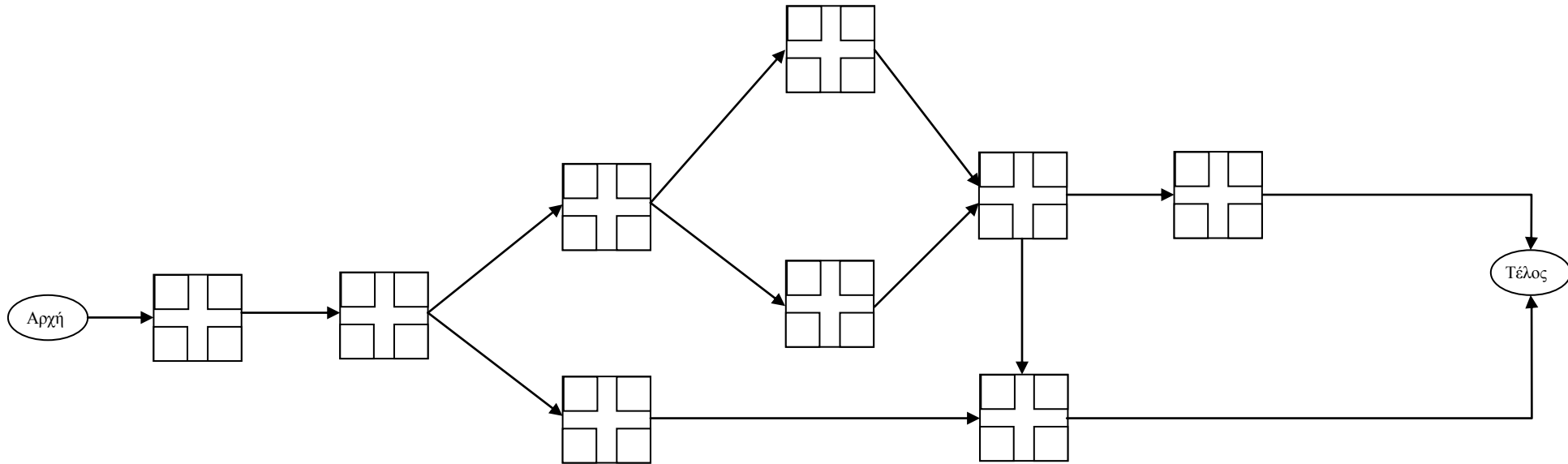
Με βάση τα δεδομένα του πίνακα 1, υπολογίζουμε το μέγιστο περιθώριο συντόμευσης **R**, το συνολικό πρόσθετο κόστος της ενδεχόμενης συντόμευσης **AC** και το μοναδιαίο κόστος συντόμευσης **MC**. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 2.

**Πίνακας 2.**

| Δραστηριότητα | Κόστος Δραστηριότητας        |                                 | Περιθώριο συντόμευσης<br>$R = T_N - T_C$ | Πρόσθετο κόστος<br>$AC = C_C - C_N$ | Μοναδιαίο κόστος συντόμευσης<br>$MC = AC/R$ |
|---------------|------------------------------|---------------------------------|--|-------------------------------------|---|
|               | Κανονικής διάρκειας<br>$C_N$ | Συντομότερης διάρκειας<br>$C_C$ |  |                                     |   |
| A             | 1000                         | 2000                            | 5-4=1                                    | 2000-1000=1000                      | 1000/1=1000                                 |
| B             | 2000                         | 2500                            | 3-2=1                                    | 2500-2000=500                       | 500/1= 500                                  |
| Γ             | 3000                         | 5000                            | 4-2=2                                    | 5000-3000=2000                      | 2000/2=1000                                 |
| Δ             | 2000                         | 4000                            | 5-3=2                                    | 4000-2000=2000                      | 2000/2=1000                                 |
| E             | 4000                         | 10000                           | 6-3=3                                    | 10000-4000=6000                     | 6000/3=2000                                 |
| Z             | 1000                         | 1500                            | 3-2=1                                    | 1500-1000=500                       | 500/1= 500                                  |
| H             | 8000                         | 10000                           | 4-3=1                                    | 10000-8000=2000                     | 2000/1=2000                                 |
| Θ             | 10000                        | 16000                           | 8-5=3                                    | 16000-10000=6000                    | 6000/3=2000                                 |
| I             | 5000                         | 8000                            | 7-5=2                                    | 8000-5000=3000                      | 3000/2=1500                                 |

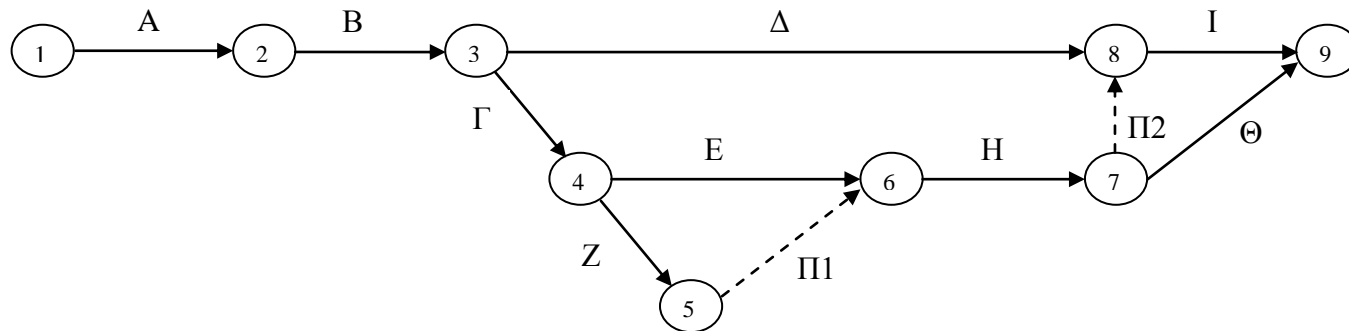
**Βήμα2°:**

Δημιουργούμε το **κομβικό δίκτυο** με βάση τους περιορισμούς που δίνονται για κάθε δραστηριότητα.



**Γράφημα 1.**

**Εναλλακτικά το τοξωτό δίκτυο**



**Βήμα 3<sup>ο</sup>:**

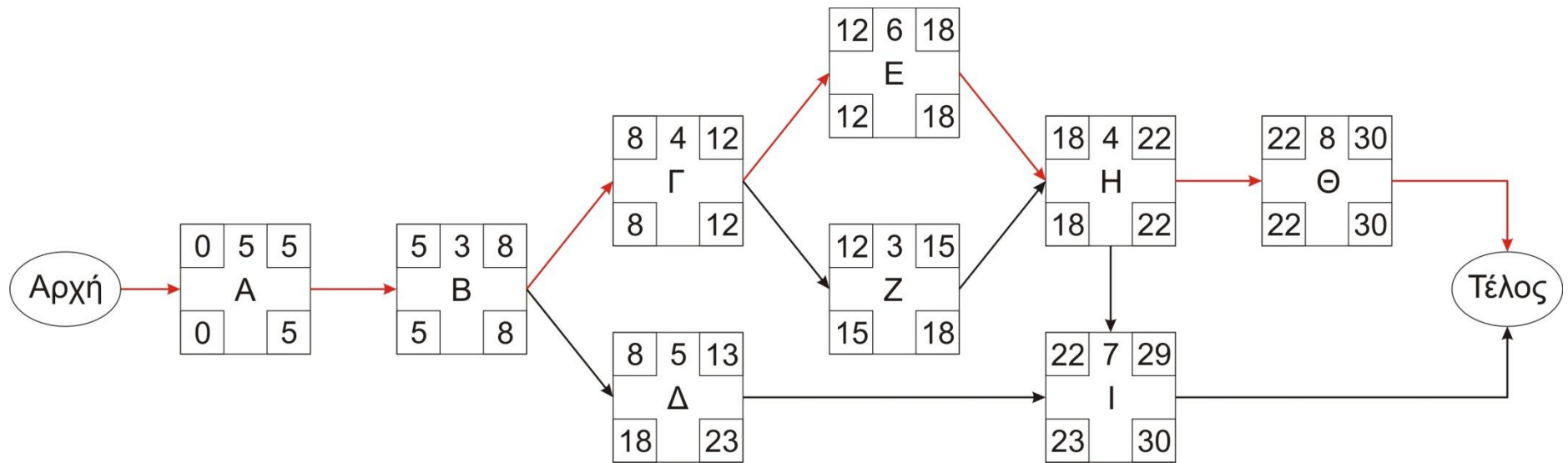
Υπολογίζουμε ES, EF, LS, LF και ST των δραστηριοτήτων, με τη γνωστή διαδικασία, θεωρώντας ότι οι διάρκειες των δραστηριοτήτων του έργου είναι αυτές της κανονικής τους διάρκειας.

**Πίνακας 3.**

| <b>Δραστηριότητα</b> | <b>ES</b> | <b>EF</b> | <b>LS</b> | <b>LF</b> | <b>ST</b> |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A                    | 0         | 5         | 0         | 5         | 0         |
| B                    | 5         | 8         | 5         | 8         | 0         |
| Γ                    | 8         | 12        | 8         | 12        | 0         |
| Δ                    | 8         | 14        | 17        | 23        | 9         |
| E                    | 12        | 18        | 12        | 18        | 0         |
| Z                    | 12        | 15        | 15        | 18        | 3         |
| H                    | 18        | 22        | 18        | 22        | 0         |
| Θ                    | 22        | 30        | 22        | 30        | 0         |
| I                    | 22        | 29        | 23        | 30        | 1         |

Με βάση τα αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται στον πίνακα 3, συμπληρώνουμε το κομβικό δίκτυο (Γράφημα 2) και διαπιστώνουμε ότι έχουμε κρίσιμη διαδρομή η οποία αποτελείται από τις δραστηριότητες **A,B,Γ,E,H** και **Θ**.

Η διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου είναι **30 εβδομάδες**.



Γράφημα 2.

Το *συνολικό κόστος* του έργου λοιπόν, με την κανονική διάρκεια κάθε δραστηριότητας, ανέρχεται στο ποσό των **36.000€**, όπως προκύπτει από το άθροισμα του *άμεσου κόστους* της κάθε δραστηριότητας. Αναλυτικά τα αποτελέσματα στον πίνακα 4.

**Πίνακας 4.**

| Δραστηριότητα                | Κανονική διάρκεια | Συντόμευση | Πρόσθετο κόστος συντόμευσης | Άμεσο κόστος δραστηριότητας |
|------------------------------|-------------------|------------|-----------------------------|-----------------------------|
| A                            | 5                 | 0/1        | -                           | 1000                        |
| B                            | 3                 | 0/1        | -                           | 2000                        |
| Γ                            | 4                 | 0/2        | -                           | 3000                        |
| Δ                            | 5                 | 0/2        | -                           | 2000                        |
| E                            | 6                 | 0/3        | -                           | 4000                        |
| Z                            | 3                 | 0/1        | -                           | 1000                        |
| H                            | 4                 | 0/1        | -                           | 8000                        |
| Θ                            | 8                 | 0/3        | -                           | 10000                       |
| I                            | 7                 | 0/2        | -                           | 5000                        |
| <b>ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΕΡΓΟΥ</b> |                   |            |                             | <b>36.000</b>               |

#### **Βήμα 4<sup>ο</sup>:**

Επιλέγουμε την δραστηριότητα της οποίας θα συντομεύσουμε την διάρκεια, έτσι ώστε να συντομευθεί η διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου.

#### **Κανόνες επιλογής Δραστηριότητας**

**!!!! Η δραστηριότητα πρέπει οπωσδήποτε να ανήκει στην κρίσιμη διαδρομή**

**!!!! Η συμπίεση γίνεται πάντοτε κατά μια μονάδα χρόνου τη φορά και σε μια μόνο δραστηριότητα.**

**!!!! Επιλέγουμε την δραστηριότητα για την οποία το μοναδιαίο κόστος είναι το ελάχιστο.**

**!!!! Σε περίπτωση κατά την οποία υπάρχουν δύο ή περισσότερες κρίσιμες δραστηριότητες με το ίδιο ελάχιστο μοναδιαίο κόστος μπορούμε να επιλέξουμε αυτή την οποία εμείς κρίνουμε.**

**!!!! Μετά από κάθε μείωση του χρόνου ολοκλήρωσης επιβάλλεται ο εκ νέου υπολογισμός της κρίσιμης διαδρομής η οποία μπορεί να αλλάξει και να εισέλθουν σε αυτή άλλες δραστηριότητες.**

Με βάση τα παραπάνω, επιλέγουμε να μειώσουμε τον χρόνο ολοκλήρωσης της κρίσιμης δραστηριότητας Β κατά μια εβδομάδα, καθώς έχει το μικρότερο μοναδιαίο κόστος συμπίεσης, ίσο με 500€. Έτσι θα αυξήσουμε το συνολικό κόστος κατά 500€ (συνολικό κόστος 36.500€) αλλά συγχρόνως ο χρόνος ολοκλήρωσης θα μειωθεί από 30 σε 29 εβδομάδες.

Υπολογίζουμε εκ νέου τα ES, EF, LS, LF και ST.

**Πίνακας 5.**

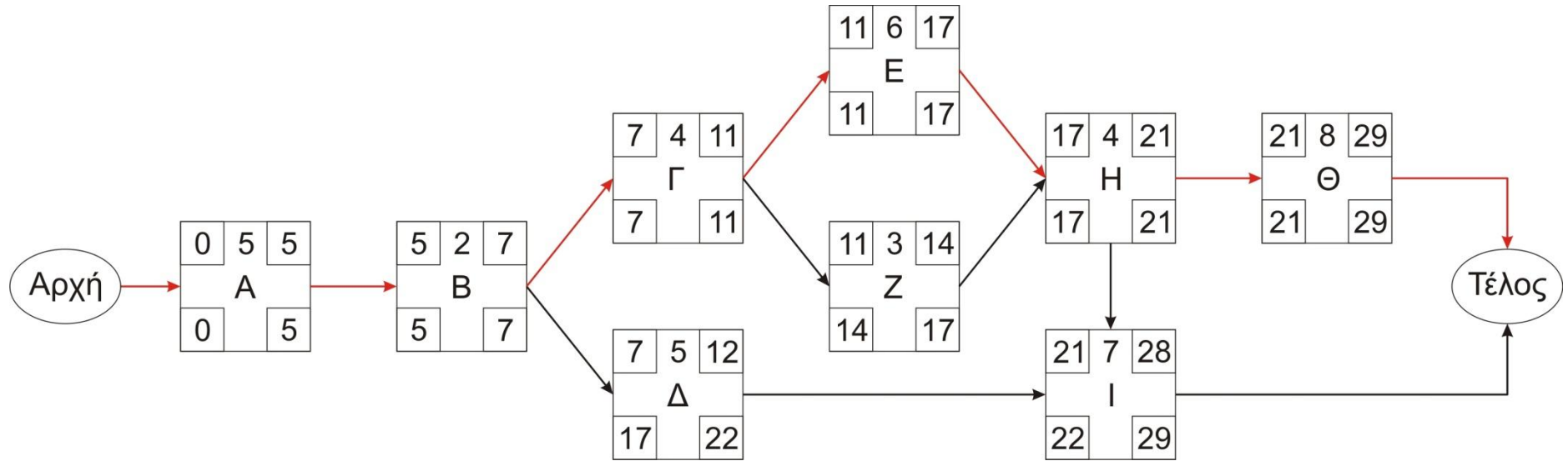
| Δραστηριότητα | ES | EF | LS | LF | ST |
|---------------|----|----|----|----|----|
| A             | 0  | 5  | 0  | 5  | 0  |
| B             | 5  | 7  | 5  | 7  | 0  |
| Γ             | 7  | 11 | 7  | 11 | 0  |
| Δ             | 7  | 12 | 17 | 22 | 10 |
| E             | 11 | 17 | 11 | 17 | 0  |
| Z             | 11 | 14 | 14 | 17 | 3  |
| H             | 17 | 21 | 17 | 21 | 0  |
| Θ             | 21 | 29 | 21 | 29 | 0  |
| I             | 21 | 28 | 22 | 29 | 1  |

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα 5, διαπιστώνουμε ότι η κρίσιμη διαδρομή δεν έχει αλλάξει (Γράφημα 3).

Στον πίνακα 6 συμπληρώνουμε το επιπρόσθετο κόστος της δραστηριότητας Β και έτσι το συνολικό κόστος ανέρχεται πλέον σε 36.500€ έχοντας απορροφήσει 500€ από το διαθέσιμο ποσό των 3.000€. Υπολείπονται 2.500€ και συνεπώς θα προχωρήσουμε σε επιπλέον μειώσεις του χρόνου ολοκλήρωσης με την ίδια λογική που αναπτύχθηκε προηγουμένως.

**Πίνακας 6.**

| Δραστηριότητα                | Κανονική διάρκεια | Συντόμευση | Πρόσθετο κόστος συντόμευσης | Άμεσο κόστος δραστηριότητας |
|------------------------------|-------------------|------------|-----------------------------|-----------------------------|
| A                            | 5                 | 0/1        | -                           | 1000                        |
| <b>B</b>                     | <b>3</b>          | <b>1/1</b> | <b>500</b>                  | <b>2500</b>                 |
| Γ                            | 4                 | 0/2        | -                           | 3000                        |
| Δ                            | 5                 | 0/2        | -                           | 2000                        |
| E                            | 6                 | 0/3        | -                           | 4000                        |
| Z                            | 3                 | 0/1        | -                           | 1000                        |
| H                            | 4                 | 0/1        | -                           | 8000                        |
| Θ                            | 8                 | 0/3        | -                           | 10000                       |
| I                            | 7                 | 0/2        | -                           | 5000                        |
| <b>ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΕΡΓΟΥ</b> |                   |            |                             | <b>36.500</b>               |



Γράφημα 3.



Στη συνέχεια πρέπει να επιλέξουμε μια άλλη κρίσιμη δραστηριότητα της οποίας θα μειώσουμε το χρόνο ολοκλήρωσης κατά μια εβδομάδα (δεν μπορούμε να συνεχίσουμε με την Β γιατί το συνολικό περιθώριο συμπίεσής της ήταν μόνο μια εβδομάδα). Οι δραστηριότητες Α και Γ έχουν το ίδιο ελάχιστο μοναδιαίο κόστος. Επιλέγουμε την Γ επειδή έχει δυνατότητα συμπίεσης του χρόνου κατά δύο εβδομάδες. Έτσι θα αυξήσουμε το συνολικό κόστος κατά 1000€ (συνολικό κόστος 37.500€) αλλά συγχρόνως ο χρόνος ολοκλήρωσης θα μειωθεί από 29 σε 28 εβδομάδες.

Υπολογίζουμε εκ νέου τα ES, EF, LS, LF και ST.

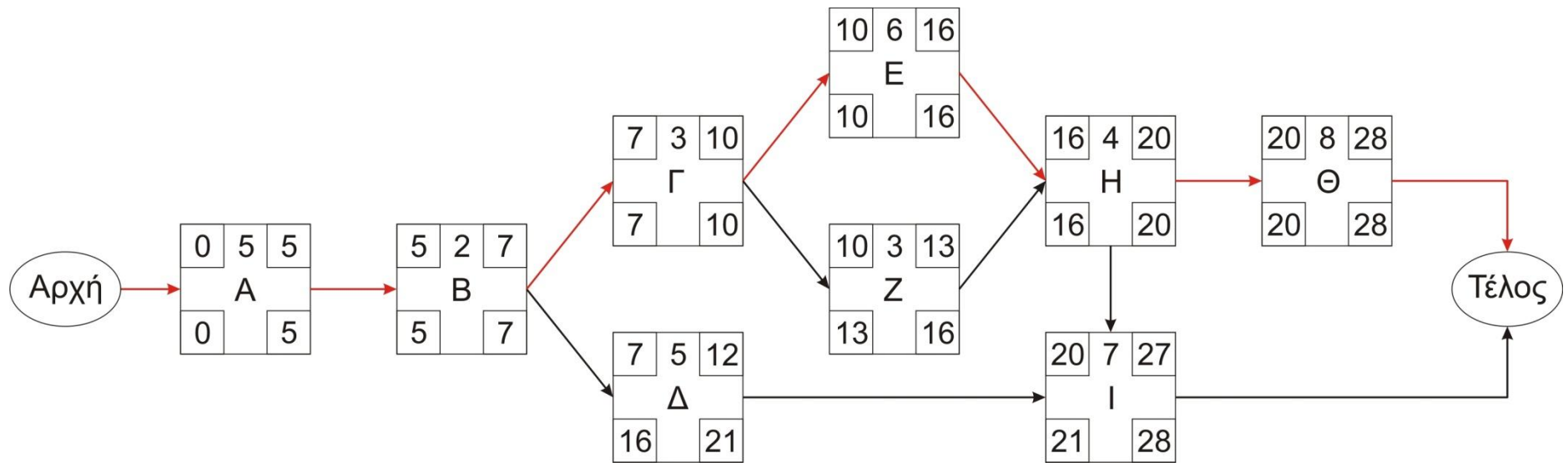
**Πίνακας 7.**

| Δραστηριότητα | ES | EF | LS | LF | ST |
|---------------|----|----|----|----|----|
| A             | 0  | 5  | 0  | 5  | 0  |
| B             | 5  | 7  | 5  | 7  | 0  |
| Γ             | 7  | 10 | 7  | 10 | 0  |
| Δ             | 7  | 12 | 16 | 21 | 9  |
| E             | 10 | 16 | 10 | 16 | 0  |
| Z             | 10 | 13 | 13 | 16 | 3  |
| H             | 16 | 20 | 16 | 20 | 0  |
| Θ             | 20 | 28 | 20 | 28 | 0  |
| I             | 20 | 27 | 21 | 28 | 1  |

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα 7, διαπιστώνουμε ότι η κρίσιμη διαδρομή δεν έχει αλλάξει (Γράφημα 4). Στον πίνακα 8 συμπληρώνουμε το επιπρόσθετο κόστος της δραστηριότητας Γ και έτσι το συνολικό κόστος ανέρχεται πλέον σε 37.500€, έχοντας απορροφήσει συνολικά 1.500€ από το διαθέσιμο ποσό των 3.000€. Υπολείπονται 1.500€ και συνεπώς θα προχωρήσουμε σε επιπλέον μειώσεις του χρόνου ολοκλήρωσης με την ίδια λογική που αναπτύχθηκε προηγουμένως.

**Πίνακας 8.**

| Δραστηριότητα                | Κανονική διάρκεια | Συντόμευση | Πρόσθετο κόστος συντόμευσης | Άμεσο κόστος δραστηριότητας |
|------------------------------|-------------------|------------|-----------------------------|-----------------------------|
| A                            | 5                 | 0/1        | -                           | 1000                        |
| B                            | 3                 | 1/1        | 500                         | 2500                        |
| Γ                            | 4                 | 1/2        | 1000                        | 4000                        |
| Δ                            | 5                 | 0/2        | -                           | 2000                        |
| E                            | 6                 | 0/3        | -                           | 4000                        |
| Z                            | 3                 | 0/1        | -                           | 1000                        |
| H                            | 4                 | 0/1        | -                           | 8000                        |
| Θ                            | 8                 | 0/3        | -                           | 10000                       |
| I                            | 7                 | 0/2        | -                           | 5000                        |
| <b>ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΕΡΓΟΥ</b> |                   |            |                             | <b>37.500</b>               |



Γράφημα 4.

Καθώς η δραστηριότητα Γ έχει περιθώριο συμπίεσης δύο εβδομάδων και έχουμε χρησιμοποιήσει την μία, έχουμε περιθώριο και για την δεύτερη. Έτσι επιλέγουμε πάλι την Γ, την συμπιέζουμε κατά μια εβδομάδα προσθέτοντας επιπλέον κόστος 1.000€ στο συνολικό κόστος του έργου, το οποίο πλέον ανέρχεται σε 38.500€ (Πίνακας 10). Έτσι, αυξήσαμε το συνολικό κόστος κατά 1000€ αλλά συγχρόνως ο χρόνος ολοκλήρωσης θα μειωθεί από 28 σε 27 εβδομάδες.

Υπολογίζουμε εκ νέου τα ES, EF, LS, LF και ST.

**Πίνακας 9.**

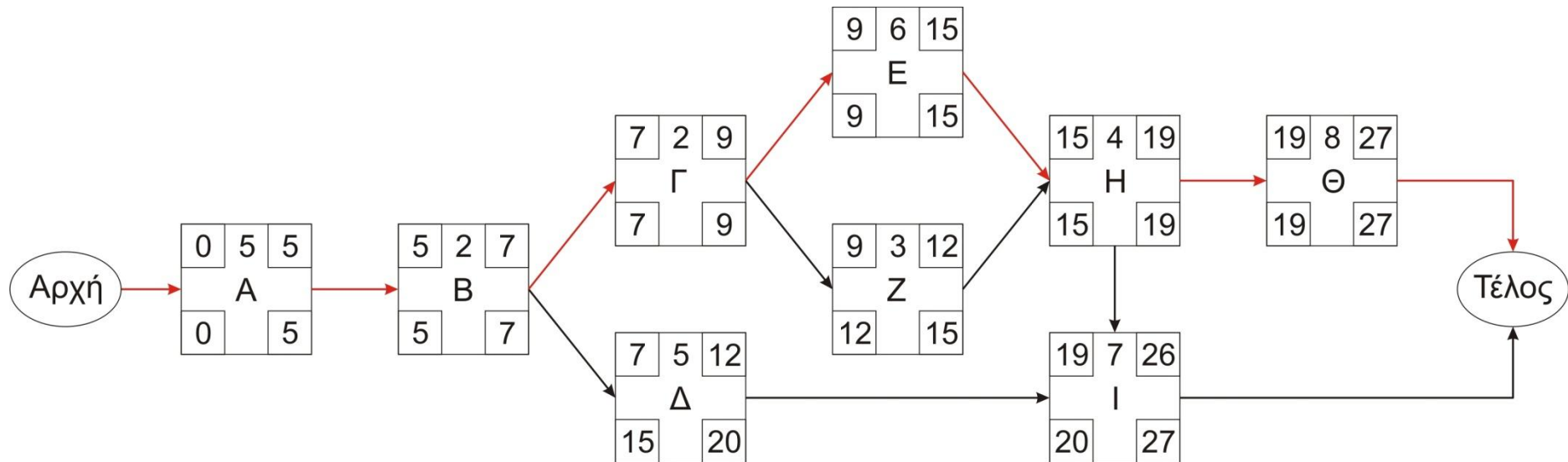
| Δραστηριότητα | ES | EF | LS | LF | ST |
|---------------|----|----|----|----|----|
| A             | 0  | 5  | 0  | 5  | 0  |
| B             | 5  | 7  | 5  | 7  | 0  |
| Γ             | 7  | 9  | 7  | 9  | 0  |
| Δ             | 7  | 12 | 15 | 20 | 8  |
| E             | 9  | 15 | 9  | 15 | 0  |
| Z             | 9  | 12 | 12 | 15 | 3  |
| H             | 15 | 19 | 15 | 19 | 0  |
| Θ             | 19 | 27 | 19 | 27 | 0  |
| I             | 19 | 26 | 20 | 27 | 1  |

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα 9, διαπιστώνουμε ότι η κρίσιμη διαδρομή δεν έχει αλλάξει (Γράφημα 5).

**Πίνακας 10.**

| Δραστηριότητα                | Κανονική διάρκεια | Συντόμευση | Πρόσθετο κόστος συντόμευσης | Άμεσο κόστος δραστηριότητας |
|------------------------------|-------------------|------------|-----------------------------|-----------------------------|
| A                            | 5                 | 0/1        | -                           | 1000                        |
| B                            | 3                 | 1/1        | 500                         | 2500                        |
| Γ                            | 4                 | 2/2        | 2000                        | 5000                        |
| Δ                            | 5                 | 0/2        | -                           | 2000                        |
| E                            | 6                 | 0/3        | -                           | 4000                        |
| Z                            | 3                 | 0/1        | -                           | 1000                        |
| H                            | 4                 | 0/1        | -                           | 8000                        |
| Θ                            | 8                 | 0/3        | -                           | 10000                       |
| I                            | 7                 | 0/2        | -                           | 5000                        |
| <b>ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΕΡΓΟΥ</b> |                   |            |                             | <b>38.500</b>               |

Από το επιπρόσθετο κεφάλαιο των 3.000€ χρησιμοποιήσαμε το ποσό των 2.500€. Με δεδομένο ότι δεν υπάρχει κρίσιμη δραστηριότητα με μοναδιαίο κόστος το πολύ 500€ δεν μπορούμε να συνεχίσουμε. Έτσι, τελικά ο **χρόνος ολοκλήρωσης ανέρχεται σε 27 εβδομάδες** και το **συνολικό κόστος** του έργου, μετά την συμπίεση του χρόνου, σε **38.500€**.



Γράφημα 5.

!!!! Αντί του αρχικού ερωτήματος, θα μπορούσε να είχε τεθεί το εξής ερώτημα:

Πόσο θα ήταν το επιπρόσθετο κόστος του έργου προκειμένου αυτό να ολοκληρωθεί σε 27 εβδομάδες;

Η διαδικασία υπολογισμού θα ήταν ακριβώς ίδια με αυτήν που ακολουθήθηκε και στην περίπτωση του αρχικού ερωτήματος.