**Άσκηση**

Να κατασκευαστεί το τοξωτό δίκτυο των παρακάτω δραστηριοτήτων ενός έργου και να βρεθεί η κρίσιμη διαδρομή και ο συντομότερος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Δραστηριότητα**  | **Προαπαιτούμενη** | **Διάρκεια σε μέρες** |
| A | -- | 6 |
| B | -- | 4 |
| C | A | 3 |
| D | A | 5 |
| E | A | 1 |
| F | B,C | 4 |
| G | B,C | 2 |
| H | E,F | 6 |
| I | E,F | 5 |
| J | D,H | 3 |
| K | G,I | 5 |

***Τοξωτό Δίκτυο***

|  |  |
| --- | --- |
| **Δραστηριότητα** | **Γεγονότα που ορίζουν την δραστηριότητα** |
|  | **Γεγονός Αρχής i** | **Γεγονός Τέλους j** |
| A | 1  | 2 |
| B | 1  | 3 |
| C | 2  | 3 |
| D | 2 | 5 |
| E | 2 | 4 |
| F | 3 | 4 |
| G | 3 | 6 |
| H | 4 | 5 |
| I | 4 | 6 |
| J | 5  | 7 |
| K | 6  | 7 |

**Τοξωτό Δίκτυο**

**Προσδιορισμός Κρίσιμης Διαδρομής με τη βοήθεια γεγονότων**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Γεγονός** | **Υπολογισμός ET** | **ET** | **Υπολογισμός LT** | **LT** | **ES=LT-ET** |
| 1 | ET(1)=0 | ET(1)=0 |  LT(2)-t(1,2)=6-6=0LT(1)=min LT(3)-t(1,3)=9-4=5 | LT(1)=0 | 0 |
| 2 | ET(2)=ET(1)+t(1,2)=0+6=6 | ET(2)=6 |  LT(3)-t(2,3)=9-3=6LT(2)=min LT(4)-t(2,4)=13-1=12 LT(5)-t(2,5)=20-5=15 | LT(2)=6 | 0 |
| 3 | ET(1)+t(1,3)=0+4=4ET(3)=maxET(2)+t(2,3)=6+3=9 | ET(3)=9 |  LT(4)-t(3,4)=13-4=9LT(3)=min LT(6)-t(3,6)=18-2=16 | LT(3)=9 | 0 |
| 4 | ET(2)+t(2,4)=6+1=7ET(4)=max ET(3)+t(3,4)=9+4=13 | ET(4)=13 |  LT(5)-t(4,5)=20-6=14LT(4)=min LT(6)-t(4,6)=18-5=13 | LT(4)=13 | 0 |
| 5 | ET(2)+t(2,5)=6+5=11ET(5)=max ET(4)+t(4,5)=13+6=19 | ET(5)=19 | LT(5)=LT(7)-t(5,7)=23-3=20 | LT(5)=20 | 1 |
| 6 | ET(3)+t(3,6)=9+2=11ET(6)=max ET(4)+t(4,6)=13+5=18 | ET(6)=18 | LT(6)=LT(7)-t(6,7)=23-5=18 | LT(6)=18 | 0 |
| 7 | ET(5)+t(5,7)=19+3=22ET(7)=maxET(6)+t(6,7)=18+5=23 | ET(7)=23 | LT(7)=ET(7)=23 | LT(7)=23 | 0 |

**Η κρίσιμη διαδρομή είναι η διαδρομή που ορίζεται από γεγονότα με μηδενικό χρονικό περιθώριο (ΕS=0).**

**Δηλαδή τα γεγονότα 1,2,3,4,6 και 7. Τα γεγονότα αυτά καθορίζουν τις δραστηριότητες Α,C,F,Iκαι Κ.**

**Τοξωτό Δίκτυο**

**Προσδιορισμός Κρίσιμης Διαδρομής με τη βοήθεια Δραστηριοτήτων**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Δραστηριότητα** | **Υπολογισμός ES** | **ES** | **Υπολογισμός EF** | **EF** |
| Α | ES(A)=ES(1,2)=ET(1)=0 | ES(A)=0 | EF(A)=EF(1,2)=ES(1,2)+t(1,2)=ET(1)+t(1,2)=0+6=6 | EF(A)=6 |
| Β | ES(B)=ES(1,3)=ET(1)=0 | ES(B)=0 | EF(B)=EF(1,3)=ES(1,3)+t(1,3)=ET(1)+t(1,3)=0+4=4 | EF(B)=4 |
| C | ES(C)=ES(2,3)=ET(2)=6 | ES(C)=6 | EF(C)=EF(2,3)=ES(2,3)+t(2,3)=ET(2)+t(2,3)=6+3=9 | EF(C)=9 |
| D | ES(D)=ES(2,5)=ET(2)=6 | ES(D)=6 | EF(D)=EF(2,5)=ES(2,5)+t(2,5)=ET(2)+t(2,5)=6+5=11 | EF(D)=11 |
| E | ES(E)=ES(2,4)=ET(2)=6 | ES(E)=6 | EF(E)=EF(2,4)=ES(2,4)+t(2,4)=ET(2)+t(2,4)=6+1=7 | EF(E)=7 |
| F | ES(F)=ES(3,4)=ET(3)=9 | ES(F)=9 | EF(F)=EF(3,4)=ES(3,4)+t(3,4)=ET(3)+t(3,4)=9+4=13 | EF(F)=13 |
| G | ES(G)=ES(3,6)=ET(3)=9 | ES(G)=9 | EF(G)=EF(3,6)=ES(3,6)+t(3,6)=ET(3)+t(3,6)=9+2=11 | EF(G)=11 |
| H | ES(H)=ES(4,5)=ET(4)=13 | ES(H)=13 | EF(H)=EF(4,5)=ES(4,5)+t(4,5)=ET(4)+t(4,5)=13+6=19 | EF(H)=19 |
| I | ES(I)=ES(4,6)=ET(4)=13 | ES(I)=13 | EF(I)=EF(4,6)=ES(4,6)+t(4,6)=ET(4)+t(4,6)=13+5=18 | EF(I)=18 |
| J | ES(J)=ES(5,7)=ET(5)=19 | ES(J)=19 | EF(J)=EF(5,7)=ES(5,7)+t(5,7)=ET(5)+t(5,7)=19+3=22 | EF(J)=22 |
| K | ES(K)=ES(6,7)=ET(6)=18 | ES(K)=18 | EF(K)=EF(6,7)=ES(6,7)+t(6,7)=ET(6)+t(6,7)=18+5=23 | EF(K)=23 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Δραστηριότητα** | **Υπολογισμός LS** | **LS** | **Υπολογισμός LF** | **LF** |
| Α | LS(A)= LF(1,2)-t(1,2)=LT(2)-t(1,2)=6-6=0 | LS(A)=0 | LF(A)=LF(1,2)=LT(2)=6 | LF(A)=6 |
| Β | LS(B)= LF(1,3)- t(1,3)= LT(3)-t(1,3)=9-4=5 | LS(B)=5 | LF(B)=LF(1,3)=LT(3)=9 | LF(B)=9 |
| C | LS(C)= LF(2,3)- t(2,3)= LT(3)-t(2,3)=9-3=6 | LS(C)=6 | LF(C)=LF(2,3)=LT(3)=9 | LF(C)=9 |
| D | LS(D)= LF(2,5)- t(2,5)= LT(5)-t(2,5)=20-5=15 | LS(D)=15 | LF(D)=LF(2,5)=LT(5)=20 | LF(D)=20 |
| E | LS(E)= LF(2,4)- t(2,4)= LT(4)-t(2,4)=13-1=12 | LS(E)=12 | LF(E)=LF(2,4)=LT(4)=13 | LF(E)=13 |
| F | LS(F)= LF(3,4)- t(3,4)= LT(4)-t(3,4)=13-4=9 | LS(F)=9 | LF(F)=LF(3,4)=LT(4)=13 | LF(F)=13 |
| G | LS(G)= LF(3,6)- t(3,6)= LT(6)-t(3,6)=18-2=16 | LS(G)=16 | LF(G)=LF(3,6)=LT(6)=18 | LF(G)=18 |
| H | LS(H)= LF(4,5)- t(4,5)= LT(5)-t(4,5)=20-6=14 | LS(H)=14 | LF(H)=LF(4,5)=LT(5)=20 | LF(H)=20 |
| I | LS(I)= LF(4,6)- t(4,6)= LT(6)-t(4,6)=18-5=13 | LS(I)=13 | LF(I)=LF(4,6)=LT(6)=18 | LF(I)=18 |
| J | LS(J)= LF(5,7)- t(5,7)= LT(7)-t(5,7)=23-3=20 | LS(J)=20 | LF(J)=LF(5,7)=LT(7)=23 | LF(J)=23 |
| K | LS(K)= LF(6,7)- t(6,7)= LT(7)-t(6,7)=23-5=18 | LS(K)=18 | LF(K)=LF(6,7)=LT(7)=23 | LF(K)=23 |

**Η κρίσιμη διαδρομή αποτελείται από τα γεγονότα 1,2,3,4,6 και 7 που καθορίζουν τις δραστηριότητες Α,C,F,Iκαι Κ.**

**Κομβικό Δίκτυο**

**Προσδιορισμός Κρίσιμης Διαδρομής με τη βοήθεια Δραστηριοτήτων**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Δραστηριότητα** | **ES** | **EF** | **LS** | **LF** | **ST=LS-ES** | **ST=LF-EF** |
| **Α** | ES(A)=0 | EF(A)=6 | LS(A)=0 | LF(A)=6 | **0-0=0** | **6-6=0** |
| **B** | ES(B)=0 | EF(B)=4 | LS(B)=5 | LF(B)=9 | 5-0=5 | 9-4=5 |
| **C** | ES(C)=6 | EF(C)=9 | LS(C)=6 | LF(C)=9 | **6-6=0** | **9-9=0** |
| **D** | ES(D)=6 | EF(D)=11 | LS(D)=15 | LF(D)=20 | 15-6=9 | 20-11=9 |
| **E** | ES(E)=6 | EF(E)=7 | LS(E)=12 | LF(E)=13 | 12-6=6 | 13-7=6 |
| **F** | ES(F)=9 | EF(F)=13 | LS(F)=9 | LF(F)=13 | **9-9=0** | **13-13=0** |
| **G** | ES(G)=9 | EF(G)=11 | LS(G)=16 | LF(G)=18 | 16-9=7 | 18-11=7 |
| **H** | ES(H)=13 | EF(H)=19 | LS(H)=14 | LF(H)=20 | 14-13=1 | 20-19=1 |
| **I** | ES(I)=13 | EF(I)=18 | LS(I)=13 | LF(I)=18 | **13-13=0** | **18-18=0** |
| **J** | (J)=19 | EF(J)=22 | LS(J)=20 | LF(J)=23 | 20-19=1 | 23-22=1 |
| **K** | ES(K)=18 | EF(K)=23 | LS(K)=18 | LF(K)=23 | **18-18=0** | **23-23=0** |

**Η κρίσιμη διαδρομή είναι η διαδρομή που αποτελείται από δραστηριότητες με μηδενικό χρονικό περιθώριο (ST=0).**

**Δηλαδή οι δραστηριότητες Α,C,F,I και Κ.**

**Κρίσιμη Διαδρομή**

**!!!! Η κρίσιμη διαδρομή είναι πάντοτε η μακρύτερη διαδρομή στο δίκτυο του έργου.**

**Σημείωση: Μπορείτε να κατασκευάσετε το κομβικό δίκτυο και να υπολογίσετε τα ES, EF, LS και LF των δραστηριοτήτων.**

 **Θα διαπιστώσετε ότι το κομβικό δίκτυο, αυτού του παραδείγματος, είναι περισσότερο σύνθετο σε σύγκριση με το
 τοξωτό δίκτυο.**