

Άσκηση 1

Οι επιβάτες των αεροπορικών εταιρειών συχνά κάνουν παράπονα για τις υπηρεσίες οι οποίες τους προσφέρονται. Τα συνηθέστερα παράπονα αφορούν την «στενότητα του χώρου για τα πόδια», «την άνεση της θέσης», «την καθαριότητα», «το φαγητό και το ποτό» και «το check-in και την επιβίβαση». Επιλέχθηκε ένα τυχαίο δείγμα 150 ατόμων που ταξιδεύουν για επαγγελματικούς λόγους και ένα δείγμα 150 ταξιδιωτών αναψυχής και τους ζητήθηκε να αναφέρουν το σημαντικότερο παράπονό τους. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

	Επαγγελματικό Ταξίδι	Ταξίδι Αναψυχής
Άνεση θέσης	29	49
Καθαριότητα	15	9
Φαγητό και ποτό	10	20
Χώρος για τα πόδια	91	66
Check –in και επιβίβαση	5	6
Σύνολο	150	150

Οι πληροφορίες από τα δείγματα παρέχουν ικανοποιητική απόδειξη προκειμένου να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι οι ταξιδιώτες αναψυχής και οι ταξιδεύοντες για επαγγελματικούς λόγους διαφέρουν ως προς το παράπονο το οποίο θεωρούν σημαντικότερο; ($\alpha=5\%$).

Λύση

Το **πρώτο βήμα** στην διαδικασία επίλυσης είναι ο καθορισμός της μηδενικής και της εναλλακτικής υπόθεσης. Έτσι έχουμε:

H₀: Η άποψη των ταξιδιωτών αναψυχής και των επαγγελματιών ταξιδιωτών **δεν διαφέρει (ανεξάρτητες μεταβλητές)** ως προς το παράπονο το οποίο θεωρούν σημαντικότερο.

H₁: Η άποψη των ταξιδιωτών αναψυχής και των επαγγελματιών ταξιδιωτών **διαφέρει (εξαρτημένες μεταβλητές)** ως προς το παράπονο το οποίο θεωρούν σημαντικότερο

Το *δεύτερο βήμα* στην διαδικασία επίλυσης είναι ο υπολογισμός των *αναμενόμενων συχνοτήτων* και προαιρετικά των ποσοστών *γραμμής, στήλης και συνόλου*.

		Ταξιδιώτες		
		Επαγγελματικό Ταξίδι	Ταξίδι Αναψυχής	Σύνολο
Παράπονα	Άνεση θέσης	29 $(150*78)/300=39$ $(29/78)*100=37,2\%$ $(29/150)*100=19,3\%$ $(29/300)*100=9,7\%$	49 $(150*78)/300=39$ $(49/78)*100=62,8\%$ $(49/150)*100=32,7\%$ $(49/300)*100=16,3\%$	78 78 100% 26% 26%
	Καθαριότητα	15 $(150*24)/300=12$	9 $(150*24)/300=12$	24 24
	Φαγητό και ποτό	10 $(150*30)/300=15$	20 $(150*30)/300=15$	30 30
	Χώρος για τα πόδια	91 $(150*157)/300=78,5$	66 $(150*157)/300=78,5$	157 157
	Check –in και επιβίβαση	5 $(150*11)/300=5,5$	6 $(150*11)/300=5,5$	11 11
	Σύνολο	150 150	150 150	300 300

Το *τρίτο βήμα* είναι ο υπολογισμός του χ^2 με την χρήση του τύπου:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

Έχουμε:

$$\chi^2 = (29-39)^2/39 + (49-39)^2/39 + (15-12)^2/12 + (9-12)^2/12 + (10-15)^2/15 + (20-15)^2/15 + (91-78,5)^2/78,5 + (66-78,5)^2/78,5 + (5-5,5)^2/5,5 + (6-5,5)^2/5,5 = 14,033$$

$$\chi^2 = 14,033$$

Τέταρτο βήμα αποτελεί ο υπολογισμός της κριτικής τιμή χ^2 από τον πίνακα της κατανομής για $\alpha=0,05$ και για $(5-1)*(2-1)=4$ βαθμούς ελευθερίας.

$$\chi^2_{0,05,4} = 9,488$$

Πέμπτο βήμα η σύγκριση της τιμής του χ^2 που υπολογίσαμε, με την **κριτική τιμή**.

Έχουμε: $\chi^2=14,033 > 9,488 = \chi^2_{0.05, 4}$

Έκτο βήμα, η εξαγωγή συμπεράσματος.

Σύμφωνα με το κριτήριο απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης

$$\chi^2 > \chi^2_{\alpha, \text{d.f}}$$

καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι αυτή απορρίπτεται και συνεπώς οι μεταβλητές είναι εξαρτημένες. Επομένως, μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η άποψη των ταξιδιωτών αναψυχής είναι διαφορετική από την άποψη όσων ταξιδεύουν για επαγγελματικούς λόγους, ως προς το σημαντικότερο παράπονο.

!!! Επιπρόσθετα συμπεράσματα:

Από την προσεκτική παρατήρηση των ποσοστών μπορούμε να εξειδικεύσουμε ακόμη περισσότερο τα συμπεράσματά μας.

Έτσι, για παράδειγμα και με βάση τα ποσοστά που έχουν υπολογιστεί μπορούμε να πούμε ότι:

1. Από το σύνολο των επιβατών που δήλωσαν ως σημαντικότερο παράπονο την **άνεση της θέσης** (78) το 37,2% είναι ταξιδεύοντες για επαγγελματικούς λόγους και το 62,8% ταξιδιώτες αναψυχής.
2. Από το σύνολο των επιβατών που ταξιδεύουν για **επαγγελματικούς λόγους** (150) το 19,3% δήλωσε ως σημαντικότερο παράπονο την άνεση της θέσης.
3. Από το σύνολο των επιβατών που ταξιδεύουν για **λόγους αναψυχής** (150) το 32,7% δήλωσε ως σημαντικότερο παράπονο την άνεση της θέσης.
4. Στο γενικό σύνολο των επιβατών το 9,7% είναι επιβάτες που ταξιδεύουν για επαγγελματικούς λόγους και θεωρούν ότι το σημαντικότερο παράπονο είναι η άνεση της θέσης.
5. Στο γενικό σύνολο των επιβατών το 16,3% είναι επιβάτες που ταξιδεύουν για λόγους αναψυχής και θεωρούν ότι το σημαντικότερο παράπονο είναι η άνεση της θέσης.

Άσκηση 2

Το 2010 η κατανομή των πολιτών ηλικίας 18 ετών και άνω που κατείχαν πανεπιστημιακό τίτλο σπουδών στο σύνολο της χώρας X δίνεται από τον παρακάτω πίνακα.

Ηλικία	18-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65 και άνω
Ποσοστό%	5%	29%	30%	16%	10%	10%

Ένα τυχαίο δείγμα 500 πολιτών 18 ετών και άνω μιας περιοχής A της χώρας X που κατείχαν πανεπιστημιακό τίτλο σπουδών κατανέμεται όπως φαίνεται στον επόμενο πίνακα.

Ηλικία	18-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65 και άνω
Πλήθος	30	150	155	75	35	55

Να ελεγχθεί η υπόθεση ότι η κατανομή των κατεχόντων πανεπιστημιακό τίτλο σπουδών στην περιοχή A είναι ίδια με αυτήν ολόκληρης της χώρας X σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

Λύση

1^ο βήμα: Καθορισμός μηδενικής και εναλλακτικής υπόθεσης

H₀: $p_1=5\%$ $p_2=29\%$ $p_3=30\%$ $p_4=16\%$ $p_5=10\%$ $p_6=10\%$

H₁: Η αναλογία στην περιοχή A δεν είναι

$p_1=5\%$ $p_2=29\%$ $p_3=30\%$ $p_4=16\%$ $p_5=10\%$ $p_6=10\%$

2^ο βήμα: Υπολογισμός των αναμενόμενων συχνοτήτων

Ηλικία	18-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65 και άνω
Συχνότητες	30	150	155	75	35	55
Αναμενόμενες Συχνότητες	$500*0,05=25$	$500*0,29=145$	$500*0,3=150$	$500*0,16=80$	$500*0,1=50$	$500*0,1=50$
	$(30-25)^2=25$	$(150-145)^2=25$	$(155-150)^2=25$	$(75-80)^2=25$	$(35-50)^2=225$	$(55-50)^2=25$
	$25/25=1$	$25/145=0,172$	$25/150=0,167$	$25/80=0,312$	$225/50=4,5$	$25/50=0,5$
$\chi^2=1+0,172+0,167+0,312+4,5+0,5=6,651$						

3^ο βήμα: Υπολογισμός της κριτικής τιμής από τον πίνακα της χ^2 κατανομής για $\alpha=5\%$ και $k-1=6-1=5$ βαθμούς ελευθερίας. $\chi^2_{0,05,5} = 11,070$

4^ο βήμα: Σύγκριση της κριτικής τιμής με την τιμή χ^2 που υπολογίσαμε

$$\chi^2=6,651 < 11,070 = \chi^2_{0,05,5}$$

5^ο βήμα: Συμπεράσματα. Η μηδενική υπόθεση γίνεται αποδεκτή και συνεπώς η κατανομή των κατεχόντων πανεπιστημιακό τίτλο σπουδών στην περιοχή Α είναι ίδια με αυτήν ολόκληρης της χώρας Χ.

Άσκηση 3

Πραγματοποιήθηκε έρευνα σε 1800 νοσοκόμες σε όλη την επικράτεια μιας χώρας σχετικά με την ικανοποίησή τους και την πρόθεση παραμονής τους. Οι νοσοκόμες από **πανεπιστημιακά νοσοκομεία** περιγράφουν την κατάσταση στελέχωσης στις μονάδες τους ως εξής:

Κατάσταση Στελέχωσης	Ποσοστό %
Δραματικά μικρή (οι ασθενείς υποφέρουν)	12%
Μικρή (οι ασθενείς δεν υποφέρουν)	32%
Ικανοποιητική	38%
Περισσότερο από ικανοποιητική	12%
Έξοχη	6%
Σύνολο	100%

Μια έρευνα σε 500 νοσοκόμες από **μη πανεπιστημιακά νοσοκομεία** έδωσε τις παρακάτω απαντήσεις σχετικά με την κατάσταση στελέχωσης.

Κατάσταση Στελέχωσης	Πλήθος
Δραματικά μικρή (οι ασθενείς υποφέρουν)	165
Μικρή (οι ασθενείς δεν υποφέρουν)	140
Ικανοποιητική	125
Περισσότερο από ικανοποιητική	50
Έξοχη	20
Σύνολο	500

Τα δεδομένα δείχνουν ότι οι νοσοκόμες από τα διαφορετικού τύπου νοσοκομεία έχουν διαφορετική άποψη σχετικά με την κατάσταση στελέχωσης; ($\alpha=5\%$) και ($\alpha=1\%$).