

Οικονομική Διάσταση του έργου και Συντόμευση της Διάρκειάς του

Άσκηση

Για την ολοκλήρωση ενός έργου απαιτείται η εκτέλεση ενός αριθμού δραστηριοτήτων. Οι δραστηριότητες αυτές, η κανονική και η συντομότερη διάρκεια ολοκλήρωσής τους (σε ημέρες), τα αντίστοιχα κόστη ολοκλήρωσής τους (σε €), όπως και οι περιορισμοί που υπάρχουν στη σειρά εκτέλεσής τους σημειώνονται στον πίνακα 1. Το έμμεσο κόστος του έργου, ως συνάρτηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης, δίνεται ότι είναι 500€ την ημέρα.

Πίνακας 1.

Δραστηριότητα	Προαπαιτούμενη	Διάρκεια Δραστηριότητας		Κόστος Δραστηριότητας	
		Κανονική T_N	Συντομότερη T_C	Κανονικής διάρκειας C_N	Συντομότερης διάρκειας C_C
A	-	5	2	2.500	2.980
B	-	4	3	1.400	1.600
Γ	A	3	2	3.200	3.340
Δ	B	6	4	2.600	3.100
E	B	8	6	5.800	6.180
Z	Γ, Δ	7	6	1.700	1.800
H	E	5	3	500	850

Να βρεθεί ο συντομότερος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου με το μικρότερο συνολικό κόστος.

Βήμα1^ο:

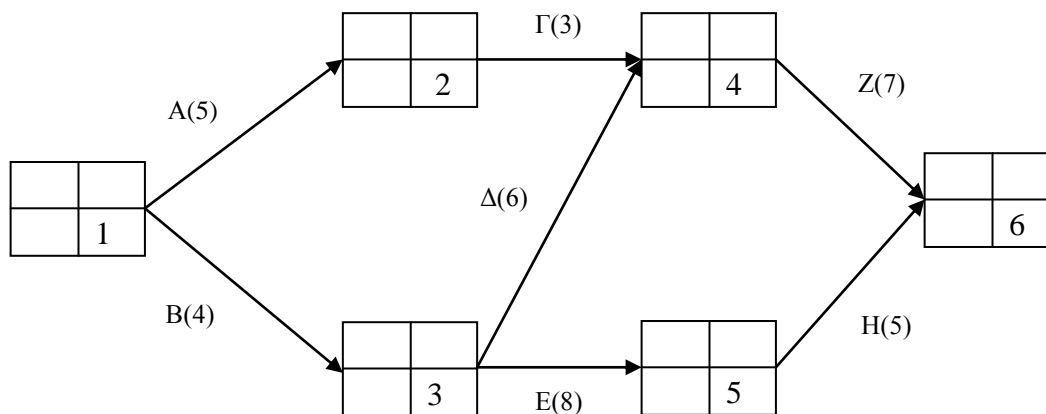
Με βάση τα δεδομένα του πίνακα 1, υπολογίζουμε το μέγιστο περιθώριο συντόμευσης **R**, το συνολικό πρόσθετο κόστος της ενδεχόμενης συντόμευσης **AC** και το μοναδιαίο κόστος συντόμευσης **MC**. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 2.

Πίνακας 2.

Δραστηριότητα	Περιθώριο συντόμευσης $R = T_N - T_C$	Πρόσθετο κόστος $AC = C_C - C_N$	Μοναδιαίο κόστος συντόμευσης $MC = AC/R$
A	5-2=3	2.980-2.500=480	480/3=160
B	4-3=1	1.600-1.400=200	200/1=200
Γ	3-2=1	3.340-3.200=140	140/1=140
Δ	6-4=2	3.100-2.600=500	500/2=250
E	8-6=2	6.180-5.800=380	380/2=190
Z	7-6=1	1.800-1.700=100	100/1=100
H	5-3=2	850-500=350	350/2=175

Βήμα 2^ο:

Δημιουργούμε το τοξωτό δίκτυο με βάση τους περιορισμούς που δίνονται για κάθε δραστηριότητα.

**Γράφημα 1.****Βήμα 3^ο:**

Υπολογίζουμε τους Συντομότερους (ET) και τους Βραδύτερους (LT) χρόνους των γεγονότων, με τη γνωστή διαδικασία, θεωρώντας ότι οι διάρκειες των δραστηριοτήτων του έργου είναι αυτές της κανονικής τους διάρκειας.

Πίνακας 3.

Γεγονός	ET	LT	ES
1	0	0	0
2	5	7	2
3	4	4	0
4	10	10	0
5	12	12	0
6	17	17	0

Με βάση τα αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται στον πίνακα 3, συμπληρώνουμε το τοξωτό δίκτυο (Γράφημα 2) και διαπιστώνουμε ότι έχουμε δύο διαφορετικές κρίσιμες διαδρομές. Η πρώτη αποτελείται από τις δραστηριότητες **B, Δ και Z**, ενώ η δεύτερη, από τις δραστηριότητες **B, E και H**.

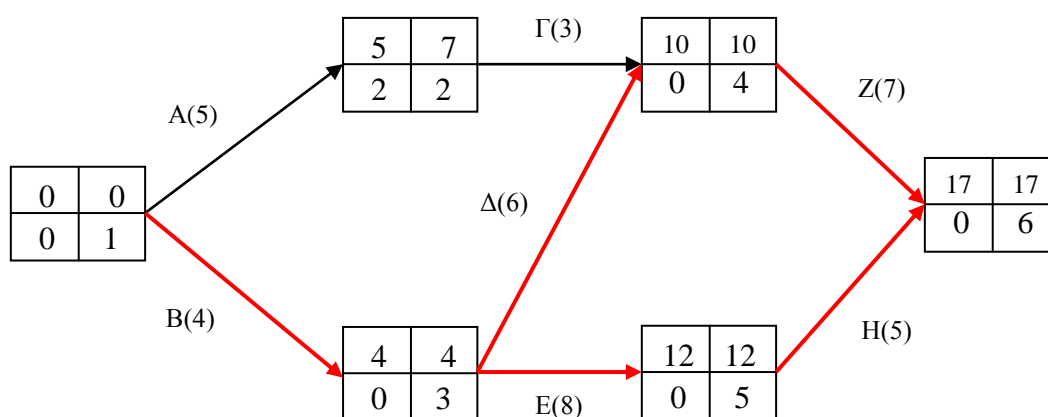
Η κοινή δραστηριότητα είναι η **B** και η διάρκεια του έργου είναι 17 ημέρες.

!!!! Αν υπάρχει μια μόνο κρίσιμη διαδρομή, επιλέγουμε την κρίσιμη δραστηριότητα της οποίας μπορούμε να συντομεύσουμε τη διάρκεια κατά μια μονάδα χρόνου και για την οποία το μοναδιαίο κόστος είναι το ελάχιστο.

!!!! Αν υπάρχουν περισσότερες από μια κρίσιμες διαδρομές, τότε επιλέγουμε μια κρίσιμη δραστηριότητα από κάθε κρίσιμη διαδρομή έτσι ώστε:

α) η διάρκεια κάθε κρίσιμης δραστηριότητας να μπορεί να συντομευθεί κατά μια μονάδα χρόνου και

β) το άθροισμα των συντελεστών του μοναδιαίου κόστους συντόμευσης για το σύνολο των κρίσιμων δραστηριοτήτων που επιλέξαμε να είναι ελάχιστο.



Γράφημα 2.

Το **συνολικό κόστος** του έργου λοιπόν, με την κανονική διάρκεια κάθε δραστηριότητας, ανέρχεται στο ποσό των **26.200€**, όπως προκύπτει από το άθροισμα του **άμεσου κόστους** της κάθε δραστηριότητας και του **έμμεσου κόστους** των 17 ημερών. Αναλυτικά τα αποτελέσματα στον πίνακα 4.

Πίνακας 4.

Δραστηριότητα	Κανονική διάρκεια	Συντόμευση	Πρόσθετο κόστος συντόμευσης	Άμεσο κόστος δραστηριότητας
A	5	0/3	-	2.500
B	4	0/1	-	1.400
Γ	3	0/1	-	3.200
Δ	6	0/2	-	2.600
E	8	0/2	-	5.800
Z	7	0/1	-	1.700
H	5	0/2	-	500
Άμεσο κόστος έργου				17.700
Έμμεσο κόστος έργου (17ημέρες*500€)				8.500
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΕΡΓΟΥ				26.200

Βήμα 4^ο:

Επιλέγουμε την δραστηριότητα της οποίας θα συντομεύσουμε την διάρκεια, έτσι ώστε να συντομευθεί η διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου.

!!!! Η δραστηριότητα πρέπει οπωσδήποτε να ανήκει στην κρίσιμη διαδρομή

Στην περίπτωση της παρούσης άσκησης έχουμε δύο διαφορετικές κρίσιμες διαδρομές και συνεπώς πρέπει να επιλέξουμε:

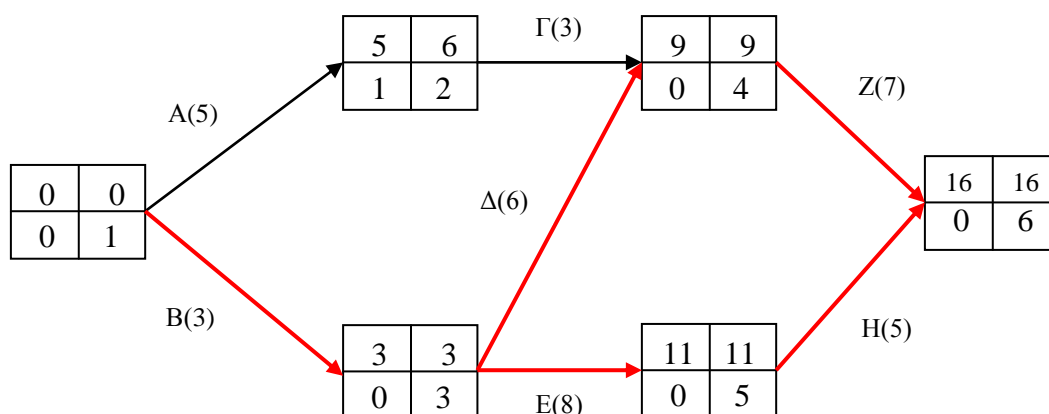
1. Συντόμευση της διάρκειας του μονού κλάδου της κρίσιμης διαδρομής με την συντόμευση της μοναδικής κρίσιμης δραστηριότητας B κατά μια ημέρα, με κόστος ίσο με το μοναδιαίο κόστος συντόμευσης της διάρκειάς της, το οποίο ανέρχεται στα 200€.

Το τοξωτό δίκτυο διαφοροποιείται πλέον μόνο σε ότι έχει σχέση με τους συντομότερους και βραδύτερους χρόνους των γεγονότων, καθώς ο χρόνος της δραστηριότητας B είναι πλέον 3 ημέρες.

Ο **συνολικός χρόνος** ολοκλήρωσης του έργου ανέρχεται πλέον σε 16 ημέρες και το **συνολικό κόστος** σε 25.900€. Είναι μειωμένο, σε σχέση με το αρχικό κόστος, γιατί αυξήθηκε μεν το άμεσο κόστος της δραστηριότητας B κατά το μοναδιαίο κόστος της (200€), μειώθηκαν δε οι ημέρες ολοκλήρωσης κατά μια ημέρα και συνεπώς το έμμεσο κόστος κατά 500€. Έχουμε δηλαδή μια μείωση ίση με $500 - 200 = 300€$.

Πίνακας 5.

Γεγονός	ET	LT	ES
1	0	0	0
2	5	6	1
3	3	3	0
4	9	9	0
5	11	11	0
6	16	16	0



Γράφημα 3.

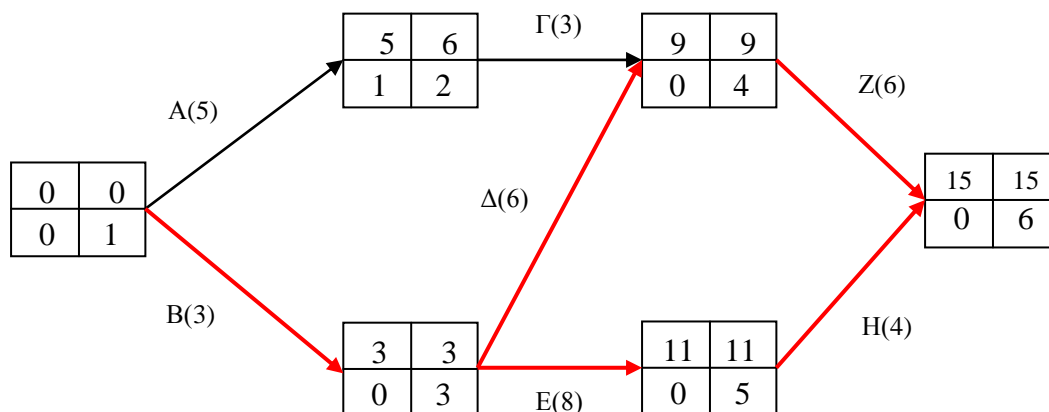
Πίνακας 6.

Δραστηριότητα	Κανονική διάρκεια	Συντόμευση	Πρόσθετο κόστος συντόμευσης	Άμεσο κόστος δραστηριότητας
A	5	0/3	-	2.500
B	4	1/1	200	1.600
Γ	3	0/1	-	3.200
Δ	6	0/2	-	2.600
E	8	0/2	-	5.800
Z	7	0/1	-	1.700
H	5	0/2	-	500
Άμεσο κόστος έργου				17.900
Έμμεσο κόστος έργου (16ημέρες*500€)				8.000
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΕΡΓΟΥ				25.900

2. Συντόμευση του διπλού κλάδου της κρίσιμης διαδρομής, με την συντόμευση της διάρκειας της κρίσιμης δραστηριότητας **Z** κατά μια ημέρα (από τον κλάδο Δ,Z επειδή έχει το μικρότερο μοναδιαίο κόστος συντόμευσης) και της κρίσιμης δραστηριότητας **H**, κατά μία ημέρα (από τον κλάδο E,H) για τον ίδιο λόγο.

Το τοξωτό δίκτυο διαφοροποιείται πλέον μόνο σε ότι έχει σχέση με τους συντομότερους και βραδύτερους χρόνους των γεγονότων, καθώς ο χρόνος των δραστηριοτήτων Z και H είναι πλέον 6 και 4 ημέρες.

Ο *συνολικός χρόνος* ολοκλήρωσης του έργου ανέρχεται πλέον σε 15 ημέρες και το *συνολικό κόστος* σε 25.675€. Είναι μειωμένο το συνολικό κόστος, σε σχέση με το κόστος των 16 ημερών κατά 225€. Αυτό συμβαίνει γιατί αυξήθηκε το άμεσο κόστος της δραστηριότητας Z κατά το μοναδιαίο κόστος της (100€) και της δραστηριότητας H, κατά το μοναδιαίο κόστος της (175€), μειώθηκαν όμως οι ημέρες ολοκλήρωσης κατά μια ημέρα και συνεπώς το έμμεσο κόστος κατά 500€. Έχουμε δηλαδή μια μείωση ίση με $500 - 275 = 225€$.



Γράφημα 4.

Πίνακας 7.

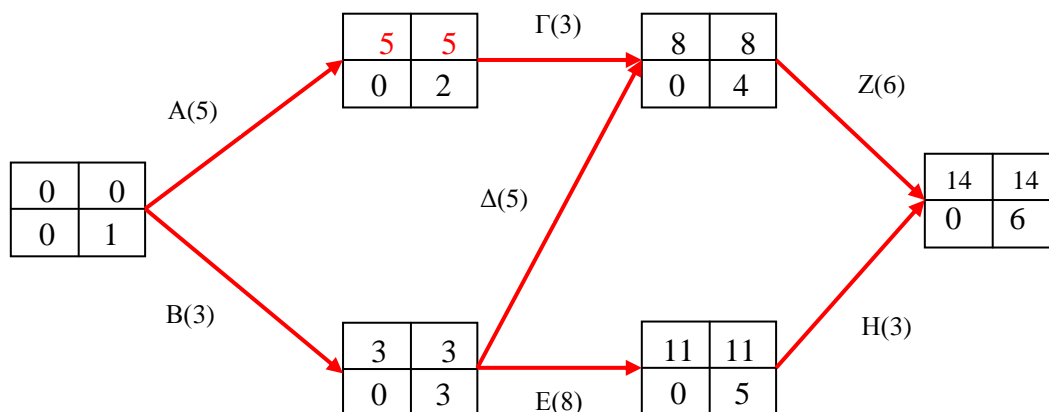
Δραστηριότητα	Κανονική διάρκεια	Συντόμευση	Πρόσθετο κόστος συντόμευσης	Άμεσο κόστος δραστηριότητας
A	5	0/3	-	2.500
B	4	1/1	200	1.600
Γ	3	0/1	-	3.200
Δ	6	0/2	-	2.600
E	8	0/2	-	5.800
Z	7	1/1	100	1.800
H	5	1/2	175	675
Άμεσο κόστος έργου				18.175
Έμμεσο κόστος έργου (15ημέρες*500€)				7.500
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΕΡΓΟΥ				25.675

Από το γράφημα διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν πάλι δύο κρίσιμες διαδρομές B,Δ,Z και B,E,H. Εάν θέλουμε επιπλέον συντόμευση της διάρκειας ολοκλήρωσης του έργου χωρίς να έχουμε οικονομική επιβάρυνση θα πρέπει να συντομεύσουμε τη διάρκεια των κρίσιμων δραστηριοτήτων. Ωστόσο, αυτό δεν μπορεί να συμβεί για την δραστηριότητα B καθώς έχει εξαντληθεί στην προηγούμενη δράση το περιθώριο συντόμευσής της. Η μοναδική δυνατότητα συντόμευσης της διάρκειας του έργου είναι η συντόμευση της διάρκειας του διπλού κλάδου της κρίσιμης διαδρομής Δ, Z και E, H. Από τον κλάδο Δ, Z η μοναδική επιλογή είναι η συντόμευση της δραστηριότητας Δ (250€) καθώς η Z έχει εξαντλήσει το περιθώριό της στην προηγούμενη ανάλυση. Από τον κλάδο E, H επιλέγουμε τη δραστηριότητα H επειδή ο συντελεστής μοναδιαίου κόστους συντόμευσής της (175€) είναι μικρότερος από τον αντίστοιχο της δραστηριότητας E (190€). Το συνολικό πρόσθετο κόστος ανέρχεται σε $250+175=425\text{€}$.

Συνεχίζουμε την υπολογιστική διαδικασία με την επίλυση του δικτύου μετά τις νέες συντομότερες διάρκειες για τις δραστηριότητες Δ και H.

Πίνακας 8

Γεγονός	ET	LT	ES
1	0	0	0
2	5	5	0
3	3	3	0
4	8	8	0
5	11	11	0
6	14	14	0



Γράφημα 5.

Το συνολικό κόστος του έργου, με διάρκεια 14 ημερών, διαμορφώνεται πλέον στο ποσό των 25.600€ το οποίο είναι μειωμένο κατά 75€ σε σχέση με το κόστος των 15 ημερών. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται αναλυτικά στον πίνακα 9.

Πίνακας 9.

Δραστηριότητα	Κανονική διάρκεια	Συντόμευση	Πρόσθετο κόστος συντόμευσης	Άμεσο κόστος δραστηριότητας
A	5	0/3	-	2.500
B	4	1/1	200	1.600
Γ	3	0/1	-	3.200
Δ	6	1/2	250	2.850
E	8	0/2	-	5.800
Z	7	1/1	100	1.800
Η	5	2/2	350	850
Άμεσο κόστος έργου				18.600
Έμμεσο κόστος έργου (14ημέρες*500€)				7.000
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΕΡΓΟΥ				25.600

Από το γράφημα 5 γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι υπάρχουν τρεις διαφορετικές κρίσιμες διαδρομές. Οι διαδρομές αυτές είναι η (α) B, E, Η (β) B, Δ, Z και (γ) A, Γ, Z. Για τις διαδρομές α και β κοινή είναι η δραστηριότητα B ενώ για τις διαδρομές β και γ κοινή είναι η δραστηριότητα Z.

Για την περαιτέρω συντόμευση της διάρκειας του έργου, μπορούμε να συντομεύσουμε από την διαδρομή α μόνο την δραστηριότητα Ε (190€) που είναι η μοναδική με περιθώριο συντόμευσης. Από την διαδρομή β μόνο την δραστηριότητα Δ (250€) για τον ίδιο λόγο και από την διαδρομή γ επιλέγουμε την συντόμευση της δραστηριότητας Γ η οποία έχει μικρότερο κόστος συντόμευσης (140€) από την δραστηριότητα Α (160€).

Το συνολικό κόστος που απαιτείται για την συντόμευση κατά μια ημέρα των δραστηριοτήτων Ε, Δ και Γ ανέρχεται στο ποσό των: $190+250+140=580\text{€}$.

Το όφελος όμως, από την κατά μια μέρα συντόμευση της διάρκειας του έργου, είναι 500€ και συνεπώς έχουμε τελικά μια αύξηση του συνολικού κόστους του έργου κατά 80€.

!!!! Συνεπώς η βέλτιστη λύση είναι η ολοκλήρωση του έργου σε 14 ημέρες με ελάχιστο κόστος υλοποίησης τα 25.600€.