

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Κριτήρια Λήψης Αποφάσεων

Έστω μια κατάσταση στην οποία ένας υπεύθυνος λήψης αποφάσεων έχει τρεις πιθανές εναλλακτικές λύσεις A1, A2 και A3, όπου το αποτέλεσμα καθεμιάς από αυτές μπορεί να επηρεαστεί από την εμφάνιση οποιουδήποτε από τα τέσσερα γεγονότα S1, S2, S3 και S4. Οι πιθανότητες εμφάνισης των γεγονότων είναι 40%, 30%, 20% και 10% αντίστοιχα. Οι χρηματικές αποδόσεις κάθε συνδυασμού A_i και S_j δίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας Απολαβών

Γεγονότα	Απόφαση		
	A1	A2	A3
S1	27	45	52
S2	12	17	36
S3	14	35	29
S4	26	20	15

Ποια από τις εναλλακτικές λύσεις A1, A2 και A3 πρέπει να επιλέξει υπεύθυνος λήψης αποφάσεων σύμφωνα με τα κριτήρια:

1. mini max χαμένων ευκαιριών
2. max αναμενόμενων απολαβών- Laplace
3. Κριτήριο Αισιοδοξίας- Απαισιοδοξίας ($\lambda=0,7$)

Λύση

1. mini max χαμένων ευκαιριών

Δημιουργούμε τον πίνακα των χαμένων ευκαιριών

Γεγονότα	Απόφαση		
	A1	A2	A3
S1	52-27=25	52-45=7	52-52=0
S2	36-12=24	36-17=19	36-36=0
S3	35-14=21	35-35=0	35-29=6
S4	26-26=0	26-20=6	26-15=11

$\min(25, 19, 11)=11$ **Επιλογή A3**

2. max αναμενόμενων απολαβών- Laplace

Γεγονότα	Πιθανότητα	Απόφαση		
		A1	A2	A3
S1	40%	27	45	52
S2	30%	12	17	36
S3	20%	14	35	29

S4	10%	26	20	15
-----------	-----	----	----	----

$$A1=0.4*27+0.3*12+0.2*14+0.1*26=17$$

$$A1=0.4*45+0.3*17+0.2*35+0.1*20=32.1$$

$$A3=0.4*52+0.3*36+0.2*29+0.1*15=38.9$$

$$\max(17, 32.1, 38.9)=38.9 \text{ **Επιλογή A3**}$$

3. Κριτήριο Αισιοδοξίας- Απαισιοδοξίας $\lambda=0,7$ $1-\lambda=1-0,7=0,3$

$$0,7*27+0,3*12=22,5$$

$$0,7*45+0,3*17=35,1$$

$$0,7*52+0,3*15=40,9$$

$$\max(22,5, 35,1, 40,9)=40,9 \text{ **Επιλογή A3**}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Γραμμικός Προγραμματισμός

Μια βιομηχανική μονάδα, για την παραγωγή τεσσάρων προϊόντων Π₁, Π₂, Π₃ και Π₄ διαθέτει τρεις μηχανές Μ₁, Μ₂ και Μ₃. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται ο χρόνος σε min που απαιτείται για την επεξεργασία μιας μονάδας από το κάθε προϊόν σε κάθε μηχανή, ο διαθέσιμος χρόνος κάθε μηχανής και το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος (σε χρηματικές μονάδες).

	Χρόνος επεξεργασίας κάθε προϊόντος στις διάφορες μηχανές				Διαθέσιμος ημερήσιος χρόνος κάθε μηχανής
	Προϊόν1	Προϊόν2	Προϊόν3	Προϊόν4	
Μηχανή1	5	2	3	1	300
Μηχανή2	1	2	1	2	200
Μηχανή3	1	0	1	0	100
Κέρδος ανά μονάδα προϊόντος	6	4	2	1	

Ας υποθέσουμε ότι όλες οι παραγόμενες μονάδες απορροφούνται από την αγορά. Είναι λογικό η επιχείρηση να θέλει να αξιοποιήσει τον διαθέσιμο χρόνο των μηχανών κατά τον καλύτερο τρόπο, ρυθμίζοντας την ημερήσια παραγωγή κάθε προϊόντος σε τέτοιο ύψος, ώστε η συνολική απόδοση του συστήματος όπως εκφράζεται από το συνολικό κέρδος που αποφέρει η πώληση των προϊόντων αυτών, να μεγιστοποιείται. Να σημειωθεί ότι απαιτείται η παραγωγή κατ' ελάχιστο 80 μονάδων προϊόντος Π₃ ημερησίως.

Να δημιουργήσετε την αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου και τους περιορισμούς οι οποίοι προκύπτουν από τα δεδομένα

Λύση

Έστω: Προϊόν1=X1, Προϊόν2=X2, Προϊόν3=X3, Προϊόν4=X4

Αντικειμενική συνάρτηση: $\max(Z)=6 \cdot X1+4 \cdot X2+2 \cdot X3+1 \cdot X4$

Περιορισμοί: $X1, X2, X4 \geq 0, X3 \geq 80$

$$5 \cdot X1+2 \cdot X2+3 \cdot X3+1 \cdot X4 \leq 300$$

$$1 \cdot X1+2 \cdot X2+1 \cdot X3+2 \cdot X4 \leq 200$$

$$1 \cdot X1+0 \cdot X2+1 \cdot X3+0 \cdot X4 \leq 100$$

Αν η ιδανική λύση είναι: $X1=0 \quad X2=30 \quad X3=80 \quad X4=0$

Να υπολογίσετε το μέγιστο κέρδος και να ελέγξετε αν περισσεύουν χρόνοι.

$$\max(Z)=6 \cdot 0+4 \cdot 30+2 \cdot 80+1 \cdot 0=280$$

$$\text{Μηχανή1: } 5 \cdot 0+2 \cdot 30+3 \cdot 80+1 \cdot 0=300 \quad 300-300=0 \text{ min περίσσειαν}$$

$$\text{Μηχανή2: } 1 \cdot 0+2 \cdot 30+1 \cdot 80+2 \cdot 0=140 \quad 200-140=60 \text{ min περίσσειαν}$$

$$\text{Μηχανή3: } 1 \cdot 0+0 \cdot 0+1 \cdot 80+0 \cdot 0=80 \quad 100-80=20 \text{ min περίσσειαν}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Διαστήματα Εμπιστοσύνης

Η εταιρεία Wilson Electronics ισχυρίζεται ότι το καινούργιο μοντέλο τηλεοράσεων της έχει διάρκεια ζωής 60.000 ώρες. Ένα γκρουπ καταναλωτών θέλησε να ελέγξει αυτόν τον ισχυρισμό και για τον λόγο αυτό επέλεξε τυχαία ένα δείγμα 50 τηλεοράσεων. Τα δεδομένα του δείγματος έδωσαν μέση διάρκεια ζωής 56.000 ώρες με τυπική απόκλιση 1.200 ώρες.

1. Να κατασκευαστεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την μέση διάρκεια ζωής των τηλεοράσεων.
2. Το διάστημα εμπιστοσύνης υποστηρίζει τον ισχυρισμό της εταιρείας;

Λύση

$$n = 50 \quad \bar{x} = 56.000 \quad s = 1.200 \quad \alpha = 5\%$$

$$\alpha/2=2,5\%=0,025 \quad Z_{\alpha/2}=1,96$$

$$\begin{aligned} \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &= 56.000 \pm 1,96 \cdot \frac{1.200}{\sqrt{50}} = 56.000 \pm 332,67 = \\ &= (55.667,33 - 56.332,67) \end{aligned}$$

Όχι, γιατί η τιμή 60.000 που ισχυρίζεται η Wilson Electronics δεν βρίσκεται μέσα στο διάστημα.

ΑΣΚΗΣΗ 4^η

Έλεγχος Υποθέσεων

Ο κοσμήτορας μιας πανεπιστημιακής σχολής πιστεύει ότι η βαθμολογία GMAT των υποψηφίων που κάνουν αίτηση για να εγγραφούν στο πρόγραμμα MBA της σχολής έχει αυξηθεί. Πριν 5 χρόνια είχε βρεθεί ότι ο μέσος της βαθμολογίας GMAT ήταν 560. Για να ελέγξει την σκέψη του ο κοσμήτορας επέλεξε ένα τυχαίο δείγμα 64 υποψηφίων και κατέγραψε τις βαθμολογίες τους. Αν οι βαθμολογίες έχουν κανονική κατανομή με μέση τιμή 569 και τυπική απόκλιση 42, σε επίπεδο σημαντικότητας 5% μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η σκέψη του κοσμήτορα είναι σωστή;

Λύση

$$H_0: \mu=560$$

$$H_1: \mu>560 \quad \alpha=5\%=0,05 \quad Z_{0,05}=1,645$$

$$Z = \frac{(569-560)\sqrt{64}}{42}=1,71$$

Αν $Z > Z_{\alpha}$ απορρίπτω την μηδενική υπόθεση. Όντως $1,71 > 1,645$ άρα αποδέχομαι την **εναλλακτική υπόθεση** και συνεπώς η άποψη του κοσμήτορα ισχύει.

Σε τι επίπεδο σημαντικότητας θα αλλάζατε απόφαση;

Για να αλλάξουμε απόφαση θα πρέπει να αλλάξει η φορά της ανισότητας. Δηλαδή θα πρέπει $1,71 < 1,72$. Για την τιμή $Z=1,72$ η τιμή του πίνακα είναι: 0,4573 και συνεπώς $0,5-0,4573=0,0427=4,27\%$. **Δηλαδή για επίπεδο σημαντικότητας 4,27% και μικρότερο αλλάζουμε απόφαση.**

ΑΣΚΗΣΗ 5^η

χ^2 Έλεγχος Ανεξαρτησίας

Ένα εργοστάσιο λειτουργεί σε 24ωρη βάση, με τρεις βάρδιες. Ο Υπεύθυνος ποιότητας του εργοστασίου παρατήρησε ότι το τελευταίο διάστημα παράγεται σημαντικός αριθμός ελαττωματικών προϊόντων. Για να ελέγξει ως πιθανή αιτία τους εργαζόμενους σε διαφορετικές βάρδιες, πήρε δείγμα από κάθε μια και κατέγραψε το πλήθος των ελαττωματικών προϊόντων. Τα αποτελέσματα ανά βάρδια παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

Βάρδια * Χαρακτηρισμός Crosstabulation					
			Χαρακτηρισμός		Total
			Καλό	Ελαττωματικό	
Βάρδια	1η βάρδια	Count	230	20	250
		Expected Count	237,5	12,5	250,0
		% within Βάρδια		$\alpha=$	100,0%
		% within Χαρακτηρισμός	42,1%	33,3%	41,7%
		% of Total	40,0%	1,7%	41,7%
	2η βάρδια	Count	191	9	200
		Expected Count	$\beta=$		200,0
		% within Βάρδια	95,5%	4,5%	100,0%
		% within Χαρακτηρισμός		$\gamma=$	33,3%
		% of Total	31,8%	1,5%	33,3%
	3^η βάρδια	Count	139	11	150
		Expected Count	142,5	7,5	150,0
		% within Βάρδια	92,7%	7,3%	100,0%
		% within Χαρακτηρισμός	24,4%	36,7%	25,0%
		% of Total	$\delta=$	1,8%	25,0%
Total	Count	560	40	600	
	Expected Count	570,0	30,0	600,0	
	% within Βάρδια	95,0%	5,0%	100,0%	
	% within Χαρακτηρισμός	100,0%	100,0%	100,0%	
	% of Total	95,0%	5,0%	100,0%	

1. Ποια μέθοδος χρησιμοποιήθηκε και γιατί;
2. Ποιες είναι οι υποθέσεις της μεθόδου;
3. Να συμπληρωθούν στα γραμμοσκιασμένα κελιά οι τιμές που λείπουν (κελιά α , β , γ , δ).
4. Από το σύνολο των *παραχθέντων προϊόντων της πρώτης βάρδιας*, ποιο ποσοστό είναι ελαττωματικό;
5. Από το σύνολο των *καλών προϊόντων* (μη ελαττωματικών) ποιο ποσοστό το παρήγαγε η τρίτη βάρδια;

6. Από το γενικό σύνολο των παραχθέντων προϊόντων ποιο ποσοστό παρήχθη από την δεύτερη βάρδια και είναι ελλειμματικό;
7. Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μεταβλητές «βάρδια» και «χαρακτηρισμός» είναι ανεξάρτητες (εμπεριστατωμένη αιτιολόγηση);
8. Είναι αξιόπιστα τα αποτελέσματα;

Chi-Square Tests			
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	2,351 ^a	2	0,039
Likelihood Ratio	2,185	2	0,033
N of Valid Cases	600		

a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 10,0.

Λύση

1. Χρησιμοποιήθηκε ο χ^2 έλεγχος ανεξαρτησίας διότι οι μεταβλητές είναι ποιοτικές.
2. Μηδενική υπόθεση: Οι μεταβλητές είναι ανεξάρτητες
Εναλλακτική υπόθεση: Οι μεταβλητές δεν είναι ανεξάρτητες (εξαρτημένες)
3. $\alpha=(20/250)*100=8\%$ $\beta=(200*560)/600=186,67$ $\gamma=(9/40)*100=22,5\%$
 $\delta=(139/600)*100=23,17\%$
4. $(20/250)*100=8\%$
5. $(139/560)*100=24,82\%$
6. $(9/600)*100=1,5\%$
7. Επειδή η τιμή 2,351 του Pearson Chi-Square είναι στατιστικά σημαντική (Sig.=0,039<0,05) απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και αποδεχόμαστε την εναλλακτική. Δηλαδή οι μεταβλητές είναι εξαρτημένες. Άρα πιθανή αιτία παραγωγής πολλών ελλειμματικών είναι η βάρδια.
8. Επειδή κανένα κελί δεν έχει αναμενόμενη τιμή μικρότερη του 5 τα αποτελέσματα είναι αξιόπιστα. (αν τουλάχιστον το 20% των κελιών έχουν αναμενόμενη τιμή μικρότερη του 5 τα αποτελέσματα δεν είναι αξιόπιστα).

ΑΣΚΗΣΗ 6^η

ANOVA

Διαφέρουν οι ειδικότητες των ιατρών ως προς το χρόνο που αφιερώνουν στη φροντίδα των ασθενών τους; Μια έρευνα επέλεξε ένα τυχαίο δείγμα ιατρών διαφόρων ειδικοτήτων και κατέγραψε τον αριθμό των ωρών που αφιέρωσε ο καθένας στη φροντίδα των ασθενών του στη διάρκεια μιας εβδομάδας. Εφαρμόστηκε η κατάλληλη μέθοδος και τα αποτελέσματα εμφανίζονται στον επόμενο πίνακα.

Πίνακας ANOVA

Πηγή Μεταβλητότητας	Άθροισμα Τετραγώνων- SS	Βαθμοί Ελευθερίας- df	Μέσο Τετράγωνο- MS	<i>f</i>	<i>Sig.</i>
Παράγοντας (TR)	1406,390	4	351,598	5,169	0,035
Σφάλματα (E)	11903,578	175	68,020		
Ολική	13309,968	179			

1. Ποια είναι η κατάλληλη μέθοδος η οποία εφαρμόστηκε και γιατί;
2. Ποιες είναι οι υποθέσεις της μεθόδου;
3. Να προσδιορίσετε το πλήθος των ειδικοτήτων
4. Το πλήθος των ιατρών και
5. Να ελέγξετε, σε επίπεδο 2% αν υπάρχει διαφορά στις ειδικότητες ως προς το χρόνο που αφιερώνουν στη φροντίδα των ασθενών τους.

Λύση

1. Εφαρμόστηκε η μέθοδος της Ανάλυσης Διακύμανσης γιατί η μια μεταβλητή είναι ποιοτική (ειδικότητα) και η άλλη ποσοτική (χρόνος)
2. Μηδενική υπόθεση: Οι χρόνοι είναι ίσοι ανεξαρτήτως ειδικότητας
Εναλλακτική υπόθεση: Οι χρόνοι διαφέρουν
3. $K-1=4$ άρα $k=5$ ειδικότητες
4. $N-1=179$ άρα $N=180$ ιατροί

5. Επειδή η τιμή 5,169 της κατανομής F είναι στατιστικά μη σημαντική (Sig.=0,035>0,02) η μηδενική υπόθεση γίνεται αποδεκτή και συνεπώς ο χρόνος φροντίδας είναι ίδιος ανεξαρτήτως ειδικότητα.

ΑΣΚΗΣΗ 7^η

Παλινδρόμηση

Πραγματοποιήθηκε ανάλυση παλινδρόμησης προκειμένου να προσδιοριστεί αν και κατά πόσο οι παράγοντες «καθηγητές», «αξιολόγηση και ανατροφοδότηση», «πρόγραμμα σπουδών», «οργάνωση και διοίκηση», «πόροι και τεχνολογία» επηρεάζουν την ικανοποίηση των φοιτητών από τις σπουδές τους. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους επόμενους πίνακες.

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,810 ^a	,656	,651	,52318	1,991

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	186,025	5	37,205	135,927	,000 ^b
	Residual	97,442	356	,274		
	Total	283,467	361			

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	-,746	,154		-4,834	,000		
	καθηγητές	,421	,050	,331	8,339	,000	,612	1,634
	αξιολόγηση και ανατροφοδότηση	,050	,035	,053	1,427	,154	,693	1,444
	πρόγραμμα σπουδών	,494	,042	,440	11,618	,000	,674	1,484
	οργάνωση και διοίκηση	,296	,041	,280	7,215	,000	,643	1,555
	πόροι και τεχνολογία	-,118	,046	-,106	-2,534	,012	,551	1,816

Ζητούμενα (εμπεριστατωμένη αιτιολόγηση σε κάθε απάντηση)

1. Να προσδιορίσετε την εξαρτημένη και τις ανεξάρτητες μεταβλητές
2. Να ελέγξετε αν τα δεδομένα είναι κατάλληλα για ανάλυση παλινδρόμησης

3. Να προσδιορίσετε το ποσοστό της διακύμανσης της εξαρτημένης μεταβλητής το οποίο ερμηνεύεται από τις μεταβολές των ανεξάρτητων μεταβλητών
4. Να ελέγξετε αν υπάρχει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης και συγραμμικότητας. Σε περίπτωση θετικής απάντησης ποια ενέργεια απαιτείται;
5. Να ελέγξετε αν οι συντελεστές παλινδρόμησης είναι στατιστικά σημαντικοί. Σε περίπτωση αρνητικής απάντησης ποια ενέργεια απαιτείται;
6. Να προσδιορίσετε την ανεξάρτητη μεταβλητή η οποία επηρεάζει περισσότερο την εξαρτημένη μεταβλητή.
7. Να κατασκευάσετε το παλινδρομικό μοντέλο.

Λύση

1. Ανεξάρτητες: «καθηγητές», «αξιολόγηση και ανατροφοδότηση», «πρόγραμμα σπουδών», «οργάνωση και διοίκηση», «πόροι και τεχνολογία»
Εξαρτημένη: «ικανοποίηση»
2. Είναι καθώς η τιμή 135,927 της κατανομής F είναι στατιστικά σημαντική (Sig.=0,000<0,05)
3. Το ποσοστό της διακύμανσης της εξαρτημένης μεταβλητής το οποίο ερμηνεύεται από τις μεταβολές των ανεξάρτητων μεταβλητών είναι 65,6%. Το υπόλοιπο 34,4% οφείλεται σε τυχαίους και ανερμήνευτους παράγοντες.
4. Πρόβλημα αυτοσυσχέτισης δεν υπάρχει καθώς ο δείκτης Durbin-Watson με τιμή 1,991 βρίσκεται πού κοντά στο 2. Επίσης δεν υπάρχει πρόβλημα συγραμμικότητας για καμία μεταβλητή καθώς όλοι οι δείκτες VIF είναι μικρότεροι του 5. Αν υπήρχε πρόβλημα θα έπρεπε η μεταβλητή να αποβληθεί από το μοντέλο και να δημιουργηθεί ένα νέο με μια μεταβλητή λιγότερη.
5. Οι συντελεστές παλινδρόμησης των μεταβλητών «καθηγητές», «πρόγραμμα σπουδών», «οργάνωση και διοίκηση», «πόροι και τεχνολογία» είναι στατιστικά σημαντικοί καθώς σε κάθε περίπτωση οι t τιμές είναι στατιστικά σημαντικές (sig.<0,05). Αντίθετα ο συντελεστής της μεταβλητής «αξιολόγηση και ανατροφοδότηση» δεν είναι στατιστικά σημαντικός (sig.=0,154>0,05). Θα πρέπει λοιπόν να αποβληθεί και να δημιουργηθεί ένα νέο μοντέλο χωρίς την συγκεκριμένη μεταβλητή.

6. Η ανεξάρτητη μεταβλητή που επηρεάζει περισσότερο την εξαρτημένη μεταβλητή είναι η «πρόγραμμα σπουδών» γιατί ο συντελεστής B (0,440) είναι μεγαλύτερος κατ' απόλυτο τιμή από τους υπόλοιπους.
7. $\text{Iκανοποίηση} = -0,746 + 0,421 * \text{καθηγητές} + 0,050 * \text{αξιολόγηση και ανατροφοδότηση} + 0,496 * \text{πρόγραμμα σπουδών} + 0,296 * \text{οργάνωση και διοίκηση} - 0,118 * \text{πόροι και τεχνολογία}$