Ένα εργοστάσιο επιπλοποιίας κατασκευάζει τραπέζια, καρέκλες, γραφεία και βιβλιοθήκες. Οι βασικές πρώτες ύλες είναι το μαλακό και σκληρό ξύλο. Επίσης κάθε έπιπλο χρειάζεται μερικές ανθρωποώρες εργασίας. Ο ακόλουθος πίνακας παρουσιάζει τις απαιτήσεις, σε m3ξύλου και σε ανθρωποώρες, κάθε μονάδας παραγωγής:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Τραπέζι | Καρέκλα | Γραφείο | Βιβλιοθήκη |
| Μαλακό ξύλο (m3) | 5 | 1 | 9 | 12 |
| Σκληρό ξύλο (m3) | 2 | 3 | 4 | 1 |
| Ανθρωποώρες | 3 | 2 | 5 | 10 |

Η παραγωγή σχεδιάζεται για μια περίοδο 10 ημερών. Για την περίοδο αυτή υπάρχουν διαθέσιμα 1.500 m 3 μαλακού ξύλου και 1000m 3 σκληρού ξύλου. Το μαλακό ξύλο κοστίζει 100 δρχ./m 3 και το σκληρό ξύλο 250 δρχ./m 3 . Το κόστος της ανθρωποώρας είναι 500 δρχ. Η τιμή πώλησης ανά κομμάτι είναι: Τραπέζι 3100 δρχ. Καρέκλα 2100 δρχ. Γραφείο 5100 δρχ. Βιβλιοθήκη 6900 δρχ. Να διατυπώσετε το πρόβλημα σε μαθηματική ‘γλώσσα’ έτσι ώστε το εργοστάσιο να επιτύχει το μέγιστο κέρδος. Υποθέτουμε ότι όλα τα έπιπλα διατίθενται στη αγορά.

**Λύση**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Τραπέζι | Καρέκλα | Γραφείο | Βιβλιοθήκη | Αποθέματα ξύλου | Κόστος ξύλου |
| Μαλακό ξύλο | 5 | 1 | 9 | 12 | 1500m3 | 100/ m3 |
| Σκληρό ξύλο | 2 | 3 | 4 | 1 | 1000m3 | 250/ m3 |
| Ανθρωποώρες | 3 | 2 | 5 | 10 | Σύνολο ανθρωποωρών800 | Κόστος ανθρωποώρας500 |
| Τιμή πώλησης | 3100 | 2100 | 5100 | 6900 |  |  |

**Μεταβλητές**: χ1,χ2, χ3 και χ4

**Περιορισμοί**: **5χ1+1χ2+9χ3+12χ4<=1500 m3**

 **2χ1+3χ2+4χ3+1χ4<=1000 m3**

 **3χ1+2χ2+5χ3+10χ4<=800 ανθρωποώρες**

 **χ1,χ2, χ3 και χ4>=0**

**Αντικειμενική συνάρτηση**:

 max(Z)=(3100-κόστος τραπεζιού)\*χ1+(2100-κόστος καρέκλας)\*χ2+

 +(5100-κόστος γραφείου)\*χ3+(6900-κόστος βιβλιοθήκης)

κόστος τραπεζιού=5\*100+2\*250+3\*500=2500 κέρδος τραπεζιού=3100-2500=600

κόστος καρέκλας =1\*100+3\*250+2\*500=1850 κέρδος καρέκλας=2100-1850=250

κόστος γραφείου=9\*100+4\*250+5\*500=4400 κέρδος γραφείου=5100-4400=700

κόστος βιβλιοθήκης=12\*100+1\*250+10\*500=6450 κέρδος βιβλιοθήκης=6900-6450=450

**Άρα: max(Z)= 600\*χ1 + 250\*χ2 + 700\*χ3 + 450\*χ4**

**Αν η ιδανική λύση είναι χ1=266,67 χ2=0, χ3=0 χ4=0 να υπολογιστεί το μέγιστο κέρδος και τα m3 ξύλου που περίσσεψαν.**

**max(Z)= 600\*266,67 + 250\*0 + 700\*0 + 450\*0=160.000**

**5\*266,67+1\*0+9\*0+12\*0=1333,35 1500-1333,35=166,65 m3**

**2\*266,67+3\*0+4\*0+1\*0=533,34 1000-533,34=466,66 m3**

**Ανθρωποώρες: 3\*266,67+2\*0+5\*0+10\*0=800 800-800=0**

Τρία παραρτήματα A, B και Γ ενός εργοστασίου που παράγουν το ίδιο προϊόν βρίσκονται σε τρείς διαφορετικές περιοχές της χώρας που απέχουν πολύ μεταξύ τους. Οι αγοραστές του προϊόντος βρίσκονται σε πέντε διαφορετικές πόλεις. Τα παραρτήματα παράγουν ποσότητες αντίστοιχα 150, 350 και 280 μονάδων του προϊόντος ενώ οι αγοραστές έχουν παραγγείλει αντίστοιχα 100, 130, 160, 210 και150 μονάδες. Το κόστος μεταφοράς του προϊόντος από τα παραρτήματα Α, Β, Γ δίνεται στον πίνακα.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Αγοραστές** |
| **Παράρτημα** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Α | 10 | 22 | 8 | 14 | 9 |
| Β | 12 | 16 | 26 | 20 | 19 |
| Γ | 18 | 21 | 15 | 11 | 17 |

Θέλουμε να υπολογίσουμε τις απαραίτητες ποσότητες που θα πρέπει να μεταφερθούν από τα παραρτήματα στους αγοραστές ώστε να ελαχιστοποιηθεί το κόστος μεταφοράς.

Να προσδιοριστούν:

1. Οι μεταβλητές του προβλήματος
2. Η αντικειμενική συνάρτηση και
3. Οι περιορισμοί.
4. Αν η ιδανική λύση είναι: ΧΑ1=0, ΧΑ2=0, ΧΑ3=90, ΧΑ4=0, ΧΑ5=60, ΧΒ1=100, ΧΒ2=130, ΧΒ3=0, ΧΒ4=0, ΧΒ5=90, ΧΓ1=0, ΧΓ2=0, ΧΓ3=70, ΧΓ4=210 και ΧΓ5=0 να προσδιοριστεί το προβλεπόμενο ελάχιστο κόστος μεταφοράς. (ελάχιστο κόστος 9.610€)

χ11+χ12+χ13+χ14+χ15<=150

χ21+χ22+χ23+χ24+χ25<=350

χ31+χ32+χ33+χ34+χ35<=280

χ11+χ21+χ31=100

χ12+χ22+χ32=130

χ13+χ23+χ33=160

χ14+χ24+χ34=210

χ15+χ25+χ35=150